Niveau(x) d'enseignement: 3 Numéro EDUQ : 8970412
Centre d'intérêt: 841

Bednarz, Nadine.

Etude des représentations développées par les enfants dans un contexe de résolution de problèmes mathématiques impliquant des concepts dynamiques : rapport de recherche CRSHC 410-86-0726 / Nadine Bednarz, Sylvine Schmidt, Bernadette Dufour-Janvier. -- Montréal : Université du Québec à Montréal, Centre interdisciplinaire de recherches sur l'apprentissage et le développement en éducation, 1989.
107 f. : ill. ; 28 cm + Annexes (84 f. en foliotation multiple).

"Cette recherche a été subventionnée par le Conseil de recherche en sciences humaines du Canada (1986-1988)...". Bibliogr.: f. 104-105.

Vedette(s)-secondaire(s): Schmidt, Sylvine • Dufour-Janvier, Bernadette • Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherches sur l'apprentissage et le développement en éducation

---

Descripteur(s): Arithmétique • Résolution de problème • Psychologie de l'apprentissage • Développement cognitif • Primaire (Ordre d'enseignement)

Le but de cette recherche est de mieux connaître, dans une perspective développementale, les représentations développés par les enfants de 1re à 6e année dans un contexte de résolution de problème de mathématiques mettant en jeu les signifiés dynamiques complexes de transformation ou déplacement à reconstruire. Les résultats mettent en évidence une richesse de codes utilisés par les enfants pour illustrer le changement qui va bien au-delà des codes habituellement utilisés dans l'enseignement des concepts de transformation ou déplacement. La typologie des représentations du changement mise en évidence rejoint celle élaborée par Friedman et Stevenson à partir de photographies et de peintures. L'étude montre aussi que de majoritairement statique en 1ère et 2e année, la représentation du mouvement évolue vers une représentation dynamique en 5e et 6e année et que cette représentation est liée à la performance à résoudre des problèmes.

Type de document: d

EDUQ
8970412-A

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHES SUR
L'APPRENTISSAGE ET LE DEVELOPPEMENT EN EDUCATION

CIRADE

8970101 - 8970
8970249 - 8970265-A-B - 8970
8970325 - 8970326 - 897032

Université du Québec à Montréal

Étude des représentations développées par les enfants dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques impliquant des concepts dynamiques

Rapport de recherche
CRSHC 410-86-0726
Juillet 1989

Nadine Bednarz, Sylvine Schmidt,
Bernadette Dufour-Janvier

ÉQUIPE DE RECHERCHE

Nadine Bednarz, chercheure au CIRADE et professeure au département de mathématiques, UQAM
Bernadette Dufour-Janvier, chercheure au CIRADE et professeure au département de mathématiques, UQAM
Sylvine Schmidt, assistante de recherche, CIRADE, UQAM
Marie Buil, étudiante au baccalauréat en enseignement des mathématiques, UQAM
Louise Lévesque, étudiante au baccalauréat en enseignement des mathématiques, UQAM
Danielle Malenfant, étudiante au baccalauréat en enseignement des mathématiques, UQAM

Consultant (analyse statistique):
Alain Latour, chercheur associé au CIRADE et professeur au département de mathématiques, UQAM

Cette recherche a été subventionnée par le Conseil de recherche en sciences humaines du Canada (1986-1988) – Dossier n° 410-86-0726.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION 4

A. Problématique et contexte théorique 5

B. Objectifs de la recherche et méthodologie 9

C. Analyse des résultats 14

I. Influence de la sollicitation à représenter le problème sur la performance à résoudre des situations-problèmes mathématiques mettant en jeu la reconstruction d'un changement 14

II. Représentations développées par les jeunes enfants (6-7 ans) pour illustrer une situation mettant en jeu un changement qualitatif 26
1. Analyse des représentations produites 31
2. Typologie des représentations 39
3. Répertoire des codes utilisés pour illustrer le changement 41
4. Liens entre les représentations produites et la performance à résoudre des problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement . . 48

III. Représentations développées par les enfants (6 à12 ans) pour illustrer le changement dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques 58
1. Analyse des représentations produites en fonction de l'âge des enfants et des différents types de problèmes présentés 59
2. Répertoire des codes utilisés pour illustrer le changement en fonction du type de problèmes présenté 65
3. Liens entre les représentations produites et la performance à résoudre les problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement . . 70

IV. Représentations développées par les enfants (6 à 12 ans) pour illustrer une séquence de changements dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques 72
1. Analyse des représentations produites en fonction de l'âge des enfants et des différents types de problèmes présentés 73
2. Répertoire des codes utilisés 85
3. Liens entre les représentations produites et la performance à résoudre les problèmes mettant en jeu une séquence de changements 90

CONCLUSION 103

ANNEXES

Annexe 1 Situations mettant en jeu un changement qualitatif à illustrer et problèmes à résoudre. Protocole d'expérimentation (1ère / 2e année).

Annexe 2 Problèmes mettant en jeu un changement ou une séquence plus ou moins complexe de changements. Protocole d'expérimentation (1ère à 6e année).

Annexe 3 Grille de codage des représentations développées par les enfants pour illustrer un changement.

Annexe 4 Grille de codage des représentations développées par les enfants pour illustrer une séquence.

Annexe 5 Analyses classificatoires réalisées sur les représentations développées par les enfants pour illustrer un changement (1ère, 2e années).

Annexe 6 Liens en 1ère, 2e années entre performance aux problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement, représentation externe du changement et discours sur un changement: Analyses des correspondances.

INTRODUCTION

Plusieurs concepts fondamentaux en mathématiques et en sciences font appel à un certain dynamisme. Il en est ainsi par exemple des concepts de transformation, déplacement, fonction, variable, vitesse...

Les recherches conduites dans différents domaines (voir par exemple Janvier 1978, sur l'interprétation des graphiques et de la notion de fonction, Newton 1984, sur le concept de vitesse et sa représentation, Girardon-Morand, Janvier 1987 et Bednarz, Dufour-Janvier 1987, sur la représentation des transformations...) illustrent les difficultés que rencontrent les élèves dans le traitement de situations mettant en jeu ces concepts et mettent en évidence le problème que pose, dans différents contextes et à différents niveaux scolaires, la représentation du dynamisme. Ainsi, le traitement que les élèves font de situations qui exigent une représentation mentale d'un certain processus dynamique est souvent très statique. Et la même conception statique se retrouve dans l'interprétation qu'ils accordent aux représentations externes couramment utilisées dans l'enseignement pour mieux faire saisir ces concepts (schémas, diagrammes, illustrations...).

Nos recherches passées portant sur le problème de reconstruction d'une transformation arithmétique et la représentation du dynamisme en mathématiques vont dans le même sens. Elles rendent compte de deux faits importants:

- D'une part, les enfants ont de grandes difficultés à se représenter mentalement des situations mettant en jeu le dynamisme d'un changement (transformation ou déplacement) (cf. Bednarz et Janvier, 1983, 1987): Ainsi, dans le traitement de situations-problèmes qui mettent en jeu la reconstruction d'un changement par l'enfant, les mêmes erreurs stables réapparaissent à différents niveaux scolaires (6 à 12 ans), mettant en lumière d'importants obstacles qui interfèrent avec la résolution de ces situations. Les procédures des enfants mises en évidence dans ces études nous révèlent une centration sur les états et une conception statique des relations sous-jacentes à ces situations (cf. Bednarz et Janvier, 1987).
- D'autre part, les codes et conventions graphiques utilisés dans l'enseignement, pour illustrer les concepts de transformation ou déplacement afin de mieux les faire saisir, sont interprétés majoritairement de façon statique (cf. Bednarz et Janvier, 1985). Le changement que ces codes et conventions graphiques (flèches de transformation, déplacement, indices de posture...) cherchent à recréer n'est donc pas perçu par les enfants, et les représentations externes qui sont utilisées à cette fin ne s'avèrent nullement un support à la reconstruction du changement par l'enfant.

Dans ce contexte, une meilleure connaissance des représentations développées par les enfants à différents âges, pour illustrer des situations mettant en jeu un processus de changement, nous est apparue nécessaire. Cette étude des représentations produites par les enfants nous permet en effet de rendre compte de leur conceptualisation du changement, et nous aide à comprendre comment ceux-ci modifient d'un niveau scolaire à l'autre leur représentation. Elle nous fournit par ailleurs des indices de codes graphiques susceptibles de suggérer le changement.

Cette étude développementale, menée auprès d'enfants du primaire (6 à 12 ans), contribuera:

- d'une part, à rendre compte des schèmes qui modulent les actions des enfants dans la résolution de situations-problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement (en ce sens, elle rend possible l'explicitation des représentations internes que les enfants se font des situations);
- et d'autre part, à mettre en lumière les codes graphiques qu'ils utilisent pour illustrer le dynamisme du changement, fournissant ainsi des indices de représentations transitoires sur lesquelles un apprentissage de ces concepts dynamiques pourrait s'appuyer.

Ce rapport reprend les principaux résultats de cette recherche qui visait avant tout à mieux connaître, dans une perspective développementale, les représentations développées par les enfants dans un contexte de résolution de problèmes complexes mettant en jeu les signifiés dynamiques de transformation ou déplacement à reconstruire. Les codes et conventions graphiques alors utilisés pour illustrer le dynamisme du changement ont été répertoriés et comparés aux codes graphiques apparaissant dans les représentations externes couramment utilisées en enseignement des mathématiques à cette fin. Une typologie des représentations produites pour illustrer le changement a pu être établie. Par ailleurs, l'analyse conduite en fonction de l'âge des enfants a permis de mettre en évidence comment ceux-ci modifient d'un niveau scolaire à l'autre leur représentation externe du changement. Enfin, les résultats nous révèlent des liens intéressants entre les représentations produites et la performance à résoudre des problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement. Ainsi, les représentations externes rendent compte des schèmes qui modulent les actions des enfants dans la résolution de ces situations.

Après avoir exposé brièvement la problématique et le contexte théorique de cette recherche (partie A), ses objectifs et la méthodologie utilisée (partie B), nous verrons tout d'abord comment le fait de solliciter l'enfant à construire ses propres représentations influe sur sa performance à résoudre de tels problèmes (partie C-I). Une analyse des représentations produites par les jeunes enfants pour illustrer une situation faisant appel à un changement qualitatif sera par la suite présentée (partie C-II), avant d'examiner les représentations élaborées cette fois dans un contexte de résolution de problèmes (parties C-III et C-IV), pour illustrer respectivement un changement simple et une séquence de changements.

A. Problématique et contexte théorique

Le problème soulevé par la représentation de concepts dynamiques en mathématiques

Plusieurs signifiés complexes en mathématiques font appel à un certain dynamisme. Il en est ainsi des concepts de transformation, déplacement qui traduisent le processus par lequel une certaine entité (collection, grandeur, position...) subit un changement en passant d'un état initial donné à un nouvel état final. Dans les situations problèmes qui mettent en jeu une représentation mentale de ce processus de changement par l'enfant (pour des exemples de telles situations, voir annexe 1), des difficultés importantes apparaissent. Les jeunes enfants (6-7 ans) se centrent sur les états, les combinant de différentes façons, et ne peuvent se représenter le changement intermédiaire qui s'est opéré (cf. Bednarz et Janvier, 1987). Plusieurs recherches à travers le monde (Vergnaud, 1976; Moser et Carpenter, 1982; Hiebert, 1982; Riley et Greeno, 1983; Resnick, 1982; et d'autres) confirment la complexité de ces situations pour les jeunes enfants.

Notre recherche passée portant sur le problème de reconstruction d'une transformation arithmétique (cf. Bednarz et Janvier, 1983, 1987) montre que ces difficultés ne sont pas spécifiques aux jeunes enfants, mais se retrouvent à tous les niveaux du primaire (enfants de 6 à 12 ans). Ainsi, lorsque les situations se complexifient et mettent en jeu des séquences de changements (pour des exemples de telles situations, voir annexe 2), les mêmes procédures erronées réapparaissent, mettant en lumière d'importants obstacles qui interfèrent avec la résolution de ces problèmes par l'enfant (centration sur les états, conception statique...).

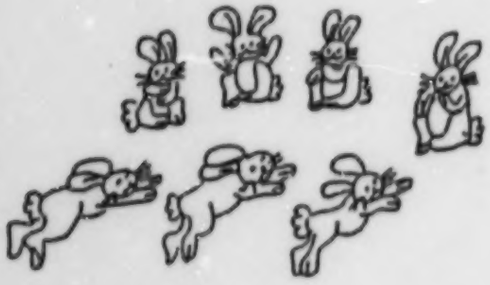
Le tableau qui suit (cf. tableau 1) illustre les principales procédures utilisées par les enfants dans ces situations, exprimant dans plusieurs cas une centration sur les états.

Tableau 1
Principales procédures utilisées par les enfants (6-12 ans) exprimant une centration sur les états

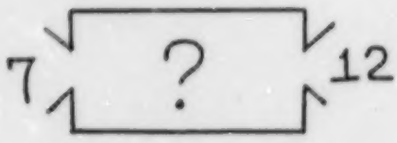
Situations mettant en jeu: LA RECONSTRUCTION D'UN CHANGEMENT en mathématiques/quelques exemples	
Reconstruction d'un changement simple Ex. 1: «J'avais 8 billes dans ma poche. Un ami m'en a apportées. Maintenant j'ai 17 billes dans ma poche. Combien de billes m'a-t-il apportées?»	**Principales procédures erronées** (enfants 6-7 ans) - E_F : ÉTAT FINAL - $E_I + E_F$: ajout de l'ÉTAT INITIAL et FINAL
Reconstruction d'un changement à l'intérieur d'une SÉQUENCE plus ou moins complexe Ex. 1: «Michel saute par-dessus des roches pour traverser la rivière. Il saute une première fois par-dessus 7 roches. Il fait un autre saut. Après ces deux sauts, il arrive de l'autre côté de la rivière en ayant sauté par-dessus 13 roches. Par-dessus combien de roches a-t-il sautées la seconde fois?» Ex. 2: «Alain joue à un jeu. Il perd 6 jetons. Il joue une deuxième fois. Après ces deux parties, il a 4 jetons de moins qu'au début. A-t-il gagné ou perdu la deuxième fois, et combien?» Ex. 3: «Des laveurs de vitre sont installés sur une plate-forme. On descend la plate-forme de 100 mètres. On la déplace une deuxième fois, on ne te dit pas comment. Si on sait qu'à la fin, la plate-forme a monté de 30 mètres depuis le début, dis-moi si elle a monté ou descendu la deuxième fois, et de combien?»	**Procédures erronées:** (enfants 8-12 ans) - C_F : changement final - $C_I + C_F$: ajout des changements initial et final - Besoin d'E_I (les enfants expriment le fait qu'ils ne peuvent FONCTIONNER SANS ÉTAT INITIAL) - $C_I \approx E_I$: Le changement initial est traité comme un état initial Procédure de réussite fréquente: SE DONNER UN ÉTAT FICTIF DE DÉPART

Notre étude du curriculum scolaire nous révèle que les situations mettant en jeu la reconstruction d'un changement (transformation ou déplacement) sont présentes dans les manuels, dans tout le matériel auquel l'élève est confronté en mathématiques et en sciences, via de multiples formes de représentations externes, et ce à différents niveaux scolaires, autant au primaire qu'au secondaire. Ce matériel fait en effet usage de multiples formes de représentations (illustrations, schémas...) qui cherchent à illustrer le changement, via le recours à des codes et conventions graphiques (flèches, indices de posture...). Pour des exemples de telles représentations dont font usage en abondance les manuels scolaires, voir Bednarz et Janvier, 1985; Girardon et Janvier, 1987.

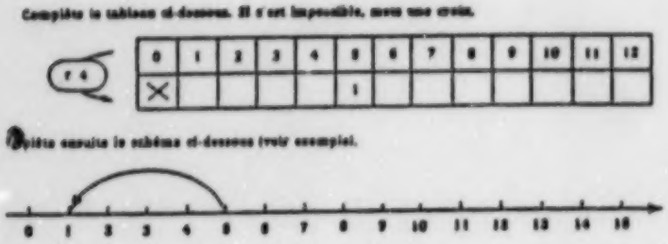
Les exemples qui suivent nous fournissent un aperçu de telles représentations. Dans le premier exemple, un indice de posture cherche à recréer une action en cours et à illustrer une transformation opérée sur un état initial (collection de 4 lapins) pour former un nouvel état (collection de 7 lapins). Dans les autres exemples, un code graphique symbolique (flèche ou pseudo-machine) cherche à recréer, en relations ou non avec un tableau de nombres, une certaine transformation arithmétique (ajouter 5, retrancher 4...). Comment les enfants interprètent-ils ces codes et conventions graphiques auxquels ils sont soumis à de multiples occasions?

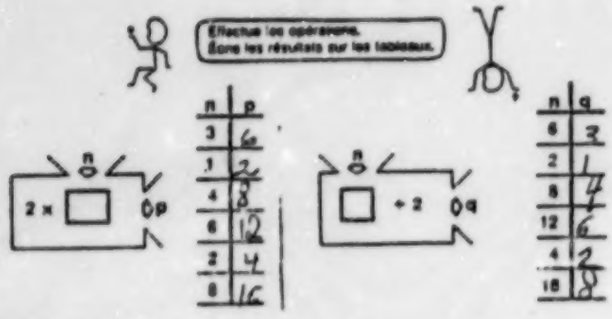


4 + □ = 7



7 + □ = 12





Nos recherches montrent que les enfants ne perçoivent nullement le changement dans ces représentations qui leur sont couramment proposées dans l'enseignement, et que celles-ci s'avèrent peu un support à sa reconstruction (cf. Bednarz et Janvier, 1985).

Ainsi, d'une part, les enfants ont de grandes difficultés à se représenter mentalement des situations mettant en jeu le dynamisme d'une transformation, d'un déplacement. D'autre part, l'interprétation qu'ils accordent aux codes et conventions graphiques, utilisés dans l'enseignement, pour illustrer ces concepts dynamiques afin de les faire mieux saisir et utiliser, est purement statique. Les élèves ne perçoivent nullement le dynamisme que l'auteur voudrait qu'ils y voient.

Le problème théorique de la représentation du "dynamisme"

Plusieurs études (Friedman et Stevenson, 1980; Mary, 1986; Newton, 1984; Campbell, 1976; Bednarz et Janvier, 1985, 1987; Girardon et Janvier, 1987, ...) apportent un éclairage sur le plan théorique au problème de la représentation du dynamisme.

Certains travaux permettent d'éclairer les difficultés soulevées par les représentations externes fournies a priori qui cherchent à recréer le mouvement, à des fins de communication d'informations ou d'apprentissage. Ces études se sont intéressées à l'interprétation que les étudiants donnent à des "représentations dynamiques" dans différents domaines. Ainsi, Claudine Mary (1986), dans son travail sur "le film et l'enseignement des mathématiques: analyse théorique et expérimentation", a montré que la majorité des élèves du secondaire sont incapables de décrire le mouvement ayant été présenté dans un film animé à l'écran. Ils sont quelquefois attirés par un mouvement incident ou encore ils sont incapables de situer le mouvement d'un élément par rapport au système. L'étude de Patricia Campbell (1981), portant sur l'interprétation des images utilisées en enseignement des mathématiques pour illustrer une opération (action d'enlever ou d'ajouter) où le mouvement est décrit par des indices de posture ou des indices conventionnels (telle l'illustration précédente des lapins), nous révèle que la représentation de l'action est une des représentations les plus difficiles à comprendre pour les jeunes enfants. Newton (1984) vient également confirmer le fait que certains types d'information en sciences, faisant appel au mouvement, sont difficiles à représenter. Il utilise des lignes de mouvement (appelées métaphores picturales) et constate que chez les très jeunes enfants de telles figures ne sont pas comprises. L'étude de Janvier, Bednarz, Bélanger (1986) met bien en évidence à cet effet l'écart qui existe entre les intentions d'une représentation (intentions du concepteur de manuel ou de l'enseignant) et les interprétations fournies par l'élève dans le traitement de ces représentations. En particulier, les codes et conventions graphiques utilisés pour recréer le changement sont majoritairement interprétés de façon statique par les enfants (Bednarz, Janvier, 1985). C'est ainsi, par exemple, que la flèche de déplacement (sur la droite numérique) sera avant tout interprétée comme une flèche pointeur (désignant un nombre) ou majoritairement comme une corde ensembliste (délimitant un ensemble de points).

D'autres études permettent d'éclairer l'analyse des codes et consignes qui ont pour but dans la représentation externe de recréer le changement. Ainsi, l'étude de Friedman et Stevenson (1980) permet de rendre compte de différents codes graphiques utilisés pour illustrer un changement.

En analysant des peintures, photographies, bandes dessinées, diagrammes produits par différentes cultures à différentes époques de l'histoire, ils nous fournissent une revue de l'information disponible sur les représentations picturales du mouvement. De cette analyse des différentes représentations picturales produites pour illustrer le mouvement, se dégagent quatre principaux indicateurs de changement dans les codes utilisés: la description d'un mouvement isolé, d'une action en cours (par des indices de posture, de déséquilibre...); la description d'un même objet

à différents moments successifs indiquant un changement dans le temps; la mise en relation, dans la représentation, d'objets de l'environnement qui ne sont pas réellement reliés (utilisation de métaphores picturales); le recours à des codes symboliques abstraits (telles les flèches...). La plus grande partie des représentations externes utilisées dans l'enseignement des mathématiques fait usage du premier et dernier type d'indicateurs. Geneviève Jacquinot (1977), dans sa recherche autour du discours pédagogique visuel (analyse sémiologique de films pédagogiques), répertorie et classifie pour sa part de nombreux niveaux dans les codes utilisés dans l'image animée et le discours qui l'accompagne. Les réflexions qu'elle apporte sur l'analyse des modes d'implication par lesquels sont associés "ceux qui voient" à "ce qui est vu" éclairent la façon dont sont interprétées les représentations "dynamiques" par les élèves et permet de mettre en évidence les codes et consignes qui ont pour but de recréer le mouvement.

Toutes ces recherches avec d'autres éclairent d'une part la façon dont sont vus par les élèves les codes et conventions qui ont pour but, dans l'enseignement, de recréer le changement, et permettent d'autre part de distinguer, dans le dynamique figé des représentations, les différents codes possibles qui sont utilisés pour recréer le mouvement.

Notre connaissance des difficultés des élèves à, d'une part, se représenter et résoudre certaines situations mathématiques impliquant des signifiés dynamiques complexes et, d'autre part, à interpréter des représentations externes fournies a priori qui cherchent à recréer le mouvement pour mieux faire saisir ces concepts, nous a conduit à aborder le problème de la représentation du dynamisme dans une perspective quelque peu différente, celle de l'étude des représentations développées spontanément par les enfants pour illustrer le changement. Quels sont les codes et conventions graphiques que les enfants utiliseront spontanément pour illustrer le dynamisme du changement? Ces codes et conventions peuvent-ils être rapprochés de ceux découverts par exemple dans l'étude de Friedman et Stevenson (1980) à travers les peintures, photographies, illustrations...? Comment ces codes se comparent-ils à ceux habituellement utilisés dans l'enseignement? Comment se caractérisent les représentations développées à chaque niveau scolaire pour illustrer le changement? Comment ces représentations évoluent-elles d'un niveau scolaire à l'autre...? Voilà quelques-unes des questions qui sous-tendent la recherche que nous avons conduite auprès d'enfants du primaire (6 à 12 ans).

Nous reprendrons maintenant les objectifs visés par cette recherche et la méthodologie utilisée.

B. Objectifs de la recherche et méthodologie

Objectifs

Le but de cette recherche est avant tout de mieux connaître, dans une perspective développementale, les représentations développées par les enfants dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques mettant en jeu les signifiés dynamiques complexes de transformation ou déplacement à reconstruire. À cet effet, nous cherchons plus précisément:

1) à élaborer une typologie des représentations produites par les enfants à différents âges pour illustrer le changement (et à caractériser ainsi les principales représentations développées).

2) à mettre en évidence, dans une perspective développementale, comment les enfants modifient d'un niveau scolaire à l'autre leur représentation du dynamisme du changement.

3) à répertorier les codes et conventions graphiques qu'ils utilisent spontanément pour représenter le dynamisme d'une transformation ou d'un déplacement; et à les comparer à ceux couramment utilisés en enseignement des mathématiques à cet effet, afin de mettre en évidence les analogies, les différences et les contradictions.

4) à identifier l'apport de cette activité de représentation externe, i.e. à déterminer si le fait de solliciter l'enfant à illustrer un problème complexe impliquant la reconstruction d'un changement influe sur sa performance de résolution.

Méthodologie

Construction d'une banque de situations-problèmes mathématiques complexes mettant en jeu la reconstruction d'un changement pour différents niveaux scolaires (1ère à 6e années: 6 à 12 ans).

À partir d'un cadre théorique reposant sur une analyse sémantique des problèmes de structures additives (Vergnaud, 1976), et en tenant compte des données de recherche en résolution de problèmes, et de l'intention de l'expérimentation qui était de provoquer un processus de représentation externe chez l'enfant, une banque de situations-problèmes a été élaborée tenant compte des variables suivantes:

Structure du problème (relations entre les données du problème): problèmes mettant en jeu un changement simple ou une séquence de changements plus ou moins complexe, directe ou non.

Nature du changement: déplacement ou transformation, opéré par un agent externe ou non.

Nature des états: collections, grandeurs ou positions.

Type de données: collections discrètes, grandeurs continues.

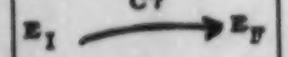
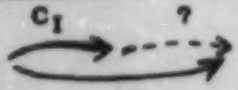
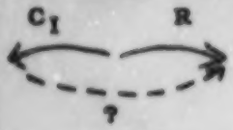
La banque de situations-problèmes ainsi élaborée, en référence à ce cadre théorique sous-jacent, apparaît en annexe 2.

Une pré-expérimentation nous a conduit à sélectionner à chaque niveau les problèmes complexes les plus pertinents en fonction des buts visés, et à préciser le protocole d'expérimentation.

Le tableau qui suit (cf. tableau 2) présente la répartition des problèmes expérimentés à chaque niveau, qui mettaient en jeu la reconstruction d'un changement. D'autres problèmes mettant en jeu un changement ou une séquence de changements, mais n'exigeant pas toutefois la reconstruction d'un d'entre eux, ont également été expérimentés (un changement ou une séquence étant donnés, il s'agissait alors de déterminer l'état final, la résultante ou l'état initial, cf. annexe 2).

Tableau 2

Répartition des problèmes présentés selon la structure sémantique sous-jacente

Structure sémantique \ Niveau	1ère	2e	3e	4e	5e	6e
 Changement simple	X	X				
 Séquence directe de changements	X	X	X	X	X	
Séquence indirecte de changements			X	X	X	
				X	X	X

Expérimentation

Ces situations plus ou moins complexes, exigeant toute la reconstruction d'un changement, furent présentées à des enfants de différents niveaux scolaires du primaire (1ère à 6e année), dans trois écoles différentes de milieu socio-économique moyen de l'île de Montréal, au même moment de l'année scolaire et dans des conditions équivalentes.

Population A	Population B	Population C
1ère et 2e années (6-7 ans) (École A)	1ère à 3e année (6 à 12 ans) (École B)	1ère à 6e année (6 à 12 ans) (École C)
173 enfants de 1ère/2e années (6, 7 ans) {91 enfants en 1ère année 82 enfants en 2e année	≈ 30 enfants à chaque niveau 180 enfants	≈ 30 enfants à chaque niveau 180 enfants

- **Dans la première étude** (population A), menée auprès d'enfants de 1ère et 2e années (6-7 ans), les enfants ont été amenés d'une part à résoudre des problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement simple (transformation ou déplacement), et d'autre part à illustrer des situations mettant en jeu un changement de type qualitatif. Par exemple, les situations suivantes mettant en jeu une transformation ont été présentées: "Ta maman souffle une balloune. Elle grossit, grossit, grossit... Dessine ce que tu vois." ou "Marie a presque fini de ranger les cartes à jouer dans la boîte. Son petit frère arrive et lui en renverse d'autres, et encore d'autres... Dessine ce que tu vois". Les situations précises présentées aux enfants dans cette étude ainsi que le protocole d'expérimentation apparaissent en annexe 1.

- **Dans la deuxième étude** (populations B et C), une même banque de problèmes (cf. annexe 2) sera expérimentée dans deux écoles différentes de l'île de Montréal, à raison de deux classes par niveau, de la 1ère (6-7 ans) à la 6e année du primaire (11-12 ans).

  Dans l'école B, les enfants auront comme tâche de résoudre les problèmes présentés, en identifiant non seulement la réponse mais la stratégie utilisée pour résoudre.

  Dans l'école C, les enfants auront d'abord et avant tout pour tâche de représenter le problème (la consigne faisant en sorte de provoquer un processus de représentation externe du problème chez l'enfant). Puis les enfants seront conduits eux aussi à résoudre le problème.

Les problèmes ont été dans tous les cas présentés par écrit à toute la classe sans être lus (sauf en 1ère et 2e années). Des observateurs présents au moment de l'expérimentation du test notaient les stratégies et représentations élaborées par les enfants.

L'école B servira de groupe témoin pour évaluer l'influence de l'activité de représentation externe sur la performance à résoudre des problèmes complexes mettant en jeu la reconstruction d'un changement.

Le protocole précis d'expérimentation apparaît, dans le cas de cette 2e étude, en annexe 2.

Les différentes analyses réalisées porteront:

a) **sur la comparaison des résultats** entre les écoles B et C face à la performance des enfants dans la résolution de problèmes mettant en jeu un changement ou une séquence de changements (avec représentation préalable versus sans représentation);

b) **sur une classification des représentations externes développées** par les enfants (dans l'école A, et dans l'école C). Une analyse sera conduite en fonction de l'âge des enfants et du type de situation présentée (situation qualitative, différents types de situations-problèmes). Un répertoire des codes utilisés par les enfants pour illustrer le changement sera par ailleurs effectué.

Tous les dessins élaborés par les enfants donneront lieu ici à un codage systématique, et des analyses classificatoires seront réalisées permettant d'établir une typologie des représentations produites par les enfants.

c) Enfin, l'analyse des résultats portera sur le lien entre les représentations développées par les enfants pour illustrer le changement et la performance à résoudre des problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement.

Des analyses de correspondances seront ici effectuées pour montrer entre autres les relations entre ces variables: performance au problème et type de représentation développée.

C. Analyse des résultats

I. Influence de la sollicitation à représenter le problème sur la performance à résoudre des situations mettant en jeu la reconstruction d'un changement

Cette partie de la recherche se propose d'apporter un éclairage sur l'impact de l'activité de représentation externe sur la performance à résoudre des situations mettant en jeu la reconstruction d'un changement. Dans cette intention, divers problèmes ont été présentés aux élèves de deux écoles (école B, école C) de la 1ère à la 6e année: dans un cas, la tâche en était une de résolution; dans l'autre, une de représentation du problème suivie d'une résolution. Les résultats des enfants de 1ère année n'ont toutefois pas été retenus pour cette analyse*.

Le protocole d'expérimentation intitulé "Influence du dessin sur la résolution de problèmes écrits mettant en jeu un certain dynamisme; étude des codes picturaux développés par les enfants" présente les problèmes sélectionnés pour cette recherche à partir d'un cadre d'analyse tenant compte des variables suivantes: la structure du problème, la nature des états, du changement opéré, et des données (cf annexe 2).

Dans cette première partie, nous effectuerons l'analyse comparative de la performance des deux groupes (témoin et expérimental)** sous l'angle, tout d'abord, de la structure des problèmes présentés en relation avec le niveau scolaire. En second lieu, nous poursuivrons cette étude en fonction des autres variables considérées dans cette recherche: nature des données, nature des changements opérés, changement opéré par les éléments eux-mêmes ou par une personne extérieure, nature des données...

Tous les problèmes auxquels nous faisons référence dans cette analyse apparaissent à l'annexe 2.

1. Analyse comparative des résultats par structure de problème selon le niveau scolaire

TYPE 2: Changement simple à reconstruire

Le tableau suivant (tableau 3) présente les effectifs et le pourcentage de réussite aux différents problèmes du type 2 chez les sujets du groupe témoin (école B) et expérimental (école C).

---

* Dans une des deux écoles, les problèmes n'ont pu être expérimentés en 1ère année (cf. annexe 2).

** Le groupe expérimental correspond au groupe où un processus de représentation externe du problème a été provoqué (école C). Le groupe témoin correspond à celui où la tâche en était une avant tout de résolution.

Tableau 3
Effectifs et % de réussite aux différents problèmes de TYPE 2 présentés au groupe témoin (école B) et au groupe expérimental (école C)

TYPE 2

Structure $E_I \xrightarrow{C?} E_F$ (Type 2)

Problèmes / Niveau	pb (Billes) C		pb (Autobus) (rgs d'école) (f)		pb (fusée) (h)		pb (pied Benoit) (g)		pb (température) (a)		pb (durée du jour) (b)		pb (durée d'une promenade) (b')	
	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C
2e année	27/30 90%	14/15 93%	9/33 27.3%	9/16 56%	12/31 38.7%	8/33 24%	19/29 65.5%	9/16 56%					4/32 12.5%	5/32 16%
3e année									9/32 28.2%	16/53 30%	2/28 7.1%	4/53 7.5%		
4e année									10/29 34.5%	14/54 26%	2/28 7.2%	5/54 9.2%		
5e année									10/33 30.3%	22/54 41%	1/31 3.2%	6/54 11%		
6e année									15/29 51.7%	39/51 76%	3/24 12.5%	22/51 43%		

○ Signifie que des versions quelque peu différentes ont été présentées aux 2 écoles

Dans les problèmes de ce type présentés aux **élèves de 2e année**, le problème **c** (les billes) est celui où nous observons le plus haut taux de réussite. Le problème **b'**, par contre, rend compte du taux de réussite le plus faible. Fait intéressant à noter, pour ces deux problèmes où nous retrouvons des performances extrêmes, il y a peu de différence dans la performance du groupe témoin et expérimental. Ainsi, ces résultats semblent nous indiquer que lorsque l'enfant a déjà une représentation mentale des relations entre les données (cas du problème des billes) ou lorsqu'au contraire celle-ci s'avère extrêmement complexe (cas du problème **b'** sur la durée d'une promenade), l'activité de représentation externe n'a aucun impact.

Au problème **f** (l'autobus), nous remarquons une performance supérieure chez le groupe expérimental; quant aux problèmes **h** et **g**, nous observons le phénomène contraire. Soulignons que le problème **f** renvoie à des collections **discrètes**, alors que les problèmes **h** et **g** renvoient respectivement à des grandeurs et positions **continues**. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe réservé à cette fin, la représentation du continu semblant poser problème à ce niveau.

En 3e et 4e années, nous observons peu de différence dans la performance des deux groupes à l'étude pour les problèmes qui leur sont présentés (problèmes **a** et **b**), hormis une performance légèrement inférieure en 4e année (8.5%) chez le groupe expérimental au problème **a**.

En 5e et 6e années, l'écart dans la performance entre les 2 groupes s'accroit progressivement au profit du groupe expérimental. Ainsi, pour les problèmes **a** et **b** où les taux de réussite les plus faibles sont dénotés, le fait de dessiner le problème a une influence positive à partir de la 5e année, et se fait sentir davantage en 6e année. Ce phénomène nous suggère que l'activité de représentation externe ne prend peut-être tout son sens que chez les enfants les plus vieux, pour qui la représentation en est effectivement une de la structure du problème, qui sert alors à mieux comprendre la situation donnée et par suite à la traiter. En 5e et 6e années, les élèves du groupe expérimental, dans le cas de ces situations-problèmes complexes, bénéficient alors du support de la représentation; la représentation de la situation vient ainsi consolider la démarche de résolution de problème.

Les enfants plus jeunes (2e année) sont en général dans l'incapacité de se représenter mentalement le changement opéré, et l'activité de représentation externe est dans ce cas impossible, celle-ci ne fait alors que refléter les schèmes qui modulent les actions des enfants: centration sur les états et conception statique (ils illustrent un état de la situation ou sont dans l'incapacité d'illustrer quoi que ce soit, on retrouve alors soit un dessin du contexte, soit le recours à un calcul). Il n'y a donc, dans ce cas, représentation externe du problème que si l'enfant a déjà en fait une représentation mentale des relations entre les données du problème. Une autre hypothèse qui permettrait d'expliquer les résultats à ce niveau est la fonction différente que pourrait jouer la représentation externe pour les enfants jeunes (6-7 ans) et vieux (11-12 ans). Chez ces derniers, nos observations tendent à montrer que celle-ci s'avère vraiment un instrument de pensée pour aider à comprendre les relations entre les données du problème, alors que chez les enfants plus jeunes elle est avant tout un outil opératoire pour calculer et permettre de résoudre le problème. L'activité de représentation externe ne pourrait dans ce cas vraiment jouer son rôle que chez les enfants plus vieux.

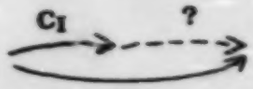
TYPE 3: Changement à reconstruire à l'intérieur d'une séquence directe de changements

Le tableau suivant (tableau 4) présente les effectifs et le pourcentage de réussite aux différents problèmes du type 3 chez les sujets du groupe témoin (école B) et expérimental (école C).

Tableau 4

Effectifs et % de réussite aux différents problèmes de TYPE 3 présentés chez les sujets du groupe contrôle (école B) et expérimental (école C)

TYPE 3



Problèmes / Niveau	pb (rivière) ℓ		pb (éducation physique) k		pb (plate-forme) j		pb (course à relais) h		pb (billes) o		pb (M. Leblanc Toronto) p		pb (clôture) m	
	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C	École B	École C
2e année	15/31 48.4%	15/32 46.9%	14/35 40%	2/12 16.7%	19/29 65.5%	7/14 50%							19/30 63.3%	5/17 29%
3e année							4/29 13.8%	15/53 28.3%	18/27 66.7%	21/53 39.6%				
4e année							11/36 30.6%	14/27 51.9%			19/30 63.3%			
5e année											25/31 80.7%	22/28 78.6%		
6e année														

○ Signifie que des versions légèrement différentes ont été présentées aux 2 écoles

Chez les sujets de 2e année, les problèmes **k**, **j** et **m** dévoilent des performances moindres chez le groupe expérimental, et le problème **l** ne révèle aucun écart dans la performance des 2 groupes. Tout comme les problèmes du type 2, il est intéressant de noter ici que le problème **l** repose sur des nombres renvoyant à du **discret**, alors que les problèmes **j**, **k** et **m** renferment des nombres renvoyant à des positions **continues**. Pour ces derniers problèmes, l'activité de représentation externe semble avoir eu un impact plutôt négatif.

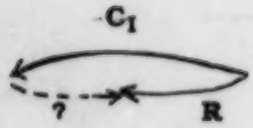
Pour les élèves de **3e année**, le problème **o** affiche une performance inférieure chez le groupe expérimental.

Chez les sujets de **5e année**, nous observons une performance similaire au problème **p**.

En ce qui a trait au problème **n**, l'information perçue - à savoir une performance supérieure chez le groupe expérimental pour les 2 niveaux scolaires concernés (3e et 4e années) - peut relever d'une formulation améliorée présentée au groupe expérimental. En effet, le problème soumis au groupe témoin débute comme suit: "Une équipe de 3 coureurs participe à une course. Un équipier court 150m...", tandis que le problème présenté au groupe expérimental commence ainsi: "Une équipe de 3 coureurs participe à une course à relais. Un équipier court 150m...". Le terme course à relais fait appel à une représentation mentale de la dite course qui peut aider en lui-même à la résolution du problème en renvoyant l'élève dans certains cas à un contexte familier. Attribuer une performance supérieure chez le groupe expérimental au seul fait de dessiner le problème, nous semble donc bien hasardeux.

En conclusion, si nous retirons le problème **n** de notre analyse, nous observons des performances inférieures chez le groupe expérimental pour 4 problèmes sur 6, alors que les 2 autres problèmes indiquent des performances comparables. Pour les problèmes du type 3, la sollicitation à illustrer un problème semble donc davantage nuire à la résolution du problème; l'action de représenter graphiquement une situation introduit une difficulté supplémentaire dans la résolution des problèmes de ce type, tels les problèmes **k**, **j** et **m** renvoyant à un changement (transformation ou déplacement) opéré sur des grandeurs continues, et le problème **o** (les billes) pour lequel l'illustration de la transformation est loin d'être évidente (les éléments contextuels mis en jeu suscitant moins une représentation des relations entre les données).

TYPE 4 et 5: Reconstruction d'un changement à l'intérieur d'une séquence indirecte plus ou moins complexe

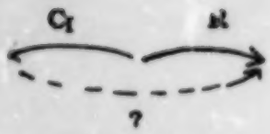


(résultante dans le même sens que le changement initial)

Tableau 5

Effectifs et % de réussite aux différents problèmes de TYPE 4 chez les sujets du groupe contrôle (école B) et expérimental (école C)

Problèmes / Niveau	pb (jetons) (u)		pb (laveurs de vitres) (v)	
	École B	École C	École B	École C
3e année	2/28 7.1%			
4e année	7/32 21.9%	1/27 4%	4/30 13.3%	
5e année				
6e année				



(résultante dans le sens contraire du changement initial)

Tableau 6

Effectifs et % de réussite aux différents problèmes de TYPE 5 chez les sujets du groupe contrôle (école B) et expérimental (école C)

Problèmes / Niveau	pb (jetons) (γ)		pb (laveurs de vitres) (δ)	
	École B	École C	École B	École C
3e année				
4e année	3/31 9.7%			
5e année	4/32 12.5%	0/28 0%	8/35 22.9%	6/26 23%
6e année	9/29 31%		11/27 40.7%	

Les problèmes de type 4 et type 5 ont des structures qui se ressemblent quelque peu: elles mettent en jeu une séquence indirecte de changements. Pour un problème de type 4, le changement initial est dans le même sens que la résultante, alors qu'il est en sens contraire pour les problèmes du type 5.

En raison de cette similitude et du peu de problèmes retrouvés pour chacun de ces types, nous les étudions ici au même moment.

Les problèmes **u** et **ϒ** dénotent tous deux des performances moindres chez le groupe expérimental; le problème **ƒ** indique une performance comparable chez ce même groupe. Serait-ce dire que pour les problèmes de type 4 et type 5, la sollicitation à dessiner des transformations à partir de nombres états-discrets (problèmes **u** et **ϒ**) nuit à la résolution de problème, alors que dessiner des déplacements à partir de nombres positions-continus, elle n'a aucune influence? L'activité de représentation externe apparait beaucoup plus complexe dans le cas des problèmes de transformations opérées sur des collections que dans le cas de déplacements opérés sur des positions. Notons que ces derniers problèmes, de par leur formulation et le contexte auxquels ils renvoient, suscitent plus des images mentales que les premiers, et la représentation externe est par conséquent plus aisée.

Les premiers problèmes par ailleurs fort complexes (cf. pourcentage de réussite) apparaissent très difficiles à illustrer pour les enfants. Le caractère "imageant" du problème apparait donc ici déterminant.

TYPE 6: Résultante à trouver

Tableau 7

Effectifs et % de réussite aux différents problèmes de TYPE 6 chez les sujets du groupe contrôle (école B) et expérimental (école C)

SÉQUENCE INDIRECTE / RÉSULTANTE À TROUVER	Problèmes / Niveau	(billes - jetons) pb (t)		(laveurs de vitre) pb (y)		(billes) pb (s)	
		École B	École C	École B	École C	École B	École C
	2e année						
	3e année						
	4e année	12/29 41.4%	6/27 22%				
	5e année	12/30 40%	15/26 57.7%			17/33 51.5%	15/26 57.7%
	6e année	21/30 70%	13/25 52%	13/28 46.4%	7/26 26.9%		

Le problème **t** (billes), présenté aux élèves de 4e, 5e et 6e années, donne lieu à une évolution de la performance qui s'explique plutôt difficilement. Ainsi, chez le groupe témoin, les élèves de 4e et 5e années ont une performance à peu près identique. Il y a une augmentation considérable dans ce même groupe de la performance chez les élèves de 6e année. Chez le groupe expérimental, les élèves de 4e année ont une performance très inférieure à celle du groupe témoin, tandis que ceux de 5e année connaissent une augmentation radicale (alors que c'était stable pour ces 2 niveaux scolaires chez le groupe témoin). Phénomène encore plus inexplicable, la performance des élèves de 6e année du groupe expérimental est plus faible que celle de 5e année de ce même groupe, et encore plus faible que ceux de 6e année du groupe témoin. Mis à part la 5e année, l'activité de représentation externe ne semble donc pas ici aider à la résolution du problème. On retrouve les résultats précédents obtenus dans le cas des problèmes **u** et **v**.

Pour le problème **s**, la performance des élèves de 5e année du groupe expérimental est légèrement supérieure (6%); par contre, nous relevons une performance inférieure au problème **y** chez le groupe expérimental 6e année. L'activité de représentation externe semble donc ici avoir une influence minime, essentiellement en 5e année.

TYPE 7: Résultante à trouver / déroulement non continu

Tableau 8

Effectifs et % de réussite aux différents problèmes de TYPE 7 chez les sujets du groupe contrôle (école B) et expérimental (école C)

SÉQUENCE DÉROULEMENT NON-CONTINU RÉSULTANTE À TROUVER	pb x (Course-jeu)		pb l (Louise)		pb r (Mme Martin)	
Niveau	École B	École C	École B	École C	École B	École C
2e année			18/28 64%			
3e année						
4e année					9/31 29%	16/54 30%
5e année	20/36 56%	16/26 62%				
6e année						

Pour les problèmes de ce type (**x** et **r**), nous observons une tendance à des performances comparables, si ce n'est une légère performance supérieure au problème **x** (6%) en 5e année.

TYPE 8: État initial à reconstruire

Tableau 9

Effectifs et % de réussite aux différents problèmes de TYPE 8 chez les sujets du groupe contrôle (école B) et expérimental (école C)

RECONSTRUCTION DE L'ÉTAT INITIAL

Problèmes / Niveau	(gymnastique) pb w		(billes) pb z		(bombe) pb ∝	
	École B	École C	École B	École C	École B	École C
5e année	11/29 37.9%	16/54 29.6%				
6e année	14/27 51.85%	27/51 52.9%	12/25 48%	11/26 42.3%	20/25 80%	32/49 65.3%

De façon générale, pour les 3 problèmes de ce type (w, z, ∝) nous remarquons des performances inférieures chez le groupe expérimental. La sollicitation à illustrer un problème de type 8 semble donc avoir un impact négatif sur la résolution. Celle-ci pourrait s'expliquer par le fait que les enfants cherchent dans la résolution de problèmes de ce type à se donner un état fictif de départ (ils sont incapables de fonctionner sans état initial). On retrouve ici une procédure déjà observée dans les problèmes complexes précédents mettant en jeu une séquence et nécessitant la reconstruction d'un changement (cf. tableau 1) . Dans leur dessin, les enfants se donneront donc souvent un point de repère initial (état ou position...) qui nuit alors à la représentation de l'ensemble des relations et à la résolution du problème.

En résumé, la sollicitation à illustrer un problème ne semble être une intervention efficace que pour certains problèmes. Elle semble affecter surtout les enfants plus vieux (5e, 6e années), pour qui l'activité de représentation, dépendant du problème présenté, s'avère alors un outil servant à mieux comprendre les relations entre les données. Cet impact reste cependant local, valable pour certains problèmes, et peut nuire, on l'a vu, dans certains cas à la résolution du problème. Par ailleurs, cette analyse laisse présager une influence de certaines variables touchant plus particulièrement la nature des nombres et des changements. Cet aspect de notre étude est maintenant développé.

2. Nature des données

Le tableau intitulé: "Analyse théorique des problèmes selon leur structure et les autres variables susceptibles d'influencer leur complexité et les représentations développées, en relation avec la performance des groupes témoin et expérimental, met en évidence la performance du groupe expérimental

% **Performance supérieure** % **Performance inférieure** % **Performance comparable**

en relation avec la nature des données, la nature des changements, changements opérés par les éléments eux-mêmes ou par une personne extérieure, la taille des nombres. Comme nous l'avons mentionné précédemment, la nature des données semble avoir une influence sur la performance à résoudre des problèmes de type 2 et type 3 chez le groupe expérimental. Nous remarquons en effet que les problèmes de type 2 témoignent d'une performance inférieure chez le groupe expérimental lorsqu'ils renvoient à des grandeurs ou positions **continus**. Les autres problèmes, renvoyant à des nombres collections ou positions **discrets**, démontrent des performances supérieures chez ce même groupe.

TABLEAU 10

Analyse théorique des problèmes selon leur structure et les autres variables susceptibles d'influencer leur complexité et les représentations développées en relation avec la performance des groupes témoin et expérimental

NATURE DES DONNÉES				NATURE DES CHANGEMENTS		CHANGEMENT OPÉRÉ PAR		SYSTÈME REPÈRE EXTÉRIEUR AU PB		NOMBRES		TYPE 2 : E1 → E2 → E3
États		Positions		Déplacement	Transformation	Éléments eux-mêmes	Personne extérieure	Présent	Absent	Petits	Gros	
Discret	Continu	Discrète	Continue									
c, 2e					c, 2e		c, 2e		c, 2e	c, 2e		
f, 2e					f, 2e	f, 2e			f, 2e	f, 2e		
			h, 2e (intervalle)	h, 2e		h, 2e			h, 2e		h, 2e	
	g, 2e				g, 2e	g, 2e			g, 2e	g, 2e		
		a, 3e		a, 3e		a, 3e			a, 3e	a, 3e		
		a, 4e		a, 4e		a, 4e			a, 4e	a, 4e		
		a, 5e		a, 5e		a, 5e			a, 5e	a, 5e		
		a, 6e		a, 6e		a, 6e			a, 6e	a, 6e		
		b, 3e			b, 3e		b, 3e	b, 3e		b, 3e		
		b, 4e			b, 4e		b, 4e	b, 4e		b, 4e		
		b, 5e			b, 5e		b, 5e	b, 5e		b, 5e		
		b, 6e			b, 6e		b, 6e	b, 6e		b, 6e		
		b', 2e			b', 2e		b', 2e	b', 2e		b', 2e		

Suite page suivante...

NATURE DES DONNÉES				NATURE DES CHANGEMENTS		CHANGEMENT OPERÉ PAR		SYSTÈME REPÈRE EXTÉRIEUR AU PB		NOMBRES		
États		Positions		Déplacement	Transformation	Éléments eux-mêmes	Personne extérieure	Présent	Absent	Petits	Gros	
Discret	Continu	Discrète	Continue									
		l, 2e		l, 2e			l, 2e	l, 2e		l, 2e		TYPE 3 :
			k, 2e	k, 2e			k, 2e	k, 2e		k, 2e		
			j, 2e	j, 2e		j, 2e		j, 2e			j, 2e	
		Formulation différente à l'étape C (entrée à relais y est précisée)	n, 3e	n, 3e			n, 3e	n, 3e			n, 3e	
			n, 4e	n, 4e			n, 4e	n, 4e			n, 4e	
o, 3e					o, 3e		o, 3e	o, 3e		o, 3e		
			p, 5e	p, 5e			p, 5e	p, 5e			p, 5e	
			m, 2e		m, 2e		m, 2e	m, 2e		m, 2e		
u, 4e					u, 4e		u, 4e	u, 4e		u, 4e		TYPE 4 :
γ, 5e					γ, 5e		γ, 5e	γ, 5e		γ, 5e		TYPE 5 :
			ʒ, 5e	ʒ, 5e		ʒ, 5e		ʒ, 5e			ʒ, 5e (Situation plus facile à représenter)	

Suite et fin page suivante...

NATURE DES DONNÉES				NATURE DES CHANGEMENTS		CHANGEMENT OPÉRÉ PAR		SYSTÈME REPÉRÉ EXTÉRIEUR AU PB		NOMBRES		TYPE 6 : Séquence indirecte / résultante à trouver	TYPE 7 : Séquence déroulement non-continu / résultante à trouver	TYPE 8 : Reconstruction de l'état initial
	État	Positions		Déplacement	Transformation	Éléments eux-mêmes	Personne extérieure	Présent	Absent	Petits	Gros			
Discret	Continu	Discrètes	Continues											
t, 4e					t, 4e		t, 4e		t, 4e	t, 4e				
t, 5e					t, 5e		t, 5e	t, 5e	t, 5e	t, 5e				
t, 6e			y, 6e	y, 6e	t, 6e	y, 6e	t, 6e	t, 6e	t, 6e	t, 6e	y, 6e			
z, 5e					z, 5e		z, 5e	z, 5e		z, 5e				
	r, 4e		x, 5e	x, 5e	r, 4e	x, 5e	r, 4e	r, 4e		r, 4e		x, 5e	x, 5e	
			w, 5e	w, 5e	z, 6e	w, 5e	z, 6e	w, 5e		w, 5e		w, 5e	w, 5e	
			w, 6e	w, 6e		w, 6e		w, 6e		w, 6e		w, 6e	w, 6e	
			∝, 6e	∝, 6e		∝, 6e		∝, 6e		z, 6e		z, 6e	z, 6e	
z, 6e											∝, 6e			∝, 6e

perf. sup. gr. esp. —— perf. légèrement supérieure perf. inf. gr. esp. perf. légèrement inférieure

Ainsi, un contexte de résolution de problèmes, où l'élève a à dessiner initialement la situation avant de la résoudre, semble faciliter la démarche de resolution lorsque les nombres à manipuler sont des données discrètes. Néanmoins, cette intervention peut aller jusqu'à nuire dans les cas où les nombres concernés sont de nature continue (ces situations ont ici été expérimentées uniquement en 2e année). Ce résultat est confirmé par la difficulté que semble avoir l'enfant à représenter des grandeurs continues. Sur le dessin, on assiste souvent à une discrétisation du continu. Ainsi, une clôture de 7m sera représentée par 7 bâtonnets, un pied de 18 centimètres sera illustré par 18 croix...

Pour les problèmes de type 3, un phénomène semblable s'observe là encore chez les enfants de 2e année. Quant aux problèmes de type 4 et type 5, le peu de données dont nous disposons nous empêche de nous prononcer de façon définitive.

Nous aimerions tout de même pointer ici une certaine tendance chez les enfants plus vieux: contrairement au phénomène explicité plus haut, les problèmes englobant des données discrètes (problèmes 6 et 7) semblent ici créer davantage de difficultés aux sujets dont la tâche initiale est de représenter le problème, car ces problèmes réfèrent moins à des images mentales et suscitent moins de fait dans ce cas une représentation externe des relations entre les données. L'illustration apparaît ici beaucoup plus complexe. C'est donc, à ces niveaux, le caractère imageant des problèmes qui apparaît davantage déterminant.

Enfin, concernant les autres types de problèmes (type 6, 7, 8), de structure plus complexe, la variable nature des données semble n'avoir aucune influence. Peut-être que leur complexité interne ne peut se résoudre ici par une simple représentation picturale des données impliquées (qu'elles soient discrètes ou continues).

Ainsi, cette variable semble particulièrement influente chez les enfants très jeunes (2e année), pour lesquels on assiste d'ailleurs dans le dessin à une discrétisation du continu. Cette attitude est probablement ici renforcée par le curriculum scolaire qui met l'accent à ces niveaux sur un travail portant essentiellement sur des collections discrètes.

3. Nature des changements

La nature des changements (déplacement, transformation) semble peu déterminante. Une analyse globale de la performance en fonction du type de changement impliqué, révèle certaines informations qui sont compilées dans le tableau ci-après.

Tableau 11	**Déplacement 15 classes (11 pb)**		**Transformation 18 classes (13 pb)**	
Performance inférieure (groupe expérimental)	6/15	**40%**	7/18	**39%**
Performance supérieure (groupe expérimental)	2/15	**13%**	4/18	**22%**
Performance comparable	7/15	**47%**	7/18	**39%**

Ainsi, lorsque les élèves ont à illustrer une transformation comparativement à un déplacement, nous observons une très légère augmentation dans la performance du groupe expérimental par rapport au groupe témoin.

4. Changement opéré par les éléments eux-mêmes ou par une personne extérieure

Afin de pouvoir cerner l'impact de cette variable, nous avons construit un tableau semblable au précédent.

	Changement opéré par			
Tableau 12	**Éléments eux-mêmes 14 classes (10 pb)**		**Personne extérieure 19 classes (14 pb)**	
Performance inférieure (groupe expérimental)	6/14	**43%**	7/19	**37%**
Performance supérieure (groupe expérimental)	3/14	**21%**	3/19	**16%**
Performance comparable	5/14	**36%**	9/19	**47%**

Ainsi, lorsqu'une personne extérieure exécute une transformation ou un déplacement, nous observons une diminution de la performance du groupe expérimental par rapport à celle du groupe témoin.

5. Système repère extérieur au problème

À la lecture du tableau qui suit, nous remarquons une augmentation de la performance lorsqu'il n'y a aucun système repère à l'intérieur du problème. Ainsi, la

	Système repère extérieur au problème			
Tableau 13	**présent 24 classes (19 pb)**		**absent 11 classes (6 pb)**	
Performance inférieure (groupe expérimental)	10/24	**42%**	4/11	**36%**
Performance supérieure (groupe expérimental)	3/24	**12%**	4/11	**36%**
Performance comparable	11/24	**46%**	3/11	**28%**

sollicitation à représenter un problème peut agir positivement sur la performance d'un élève lorsque l'information contenue dans le problème est réduite aux seules données essentielles (numériques). Le système de repère extérieur apporte davantage d'information sur la situation; il fait alors intervenir d'autres éléments qui, lorsque le sujet a à dessiner la situation, introduisent des difficultés supplémentaires.

6. Taille des nombres

Malgré le fait que nous ayons à déplorer le manque de problèmes impliquant de gros nombres pour cette analyse[1], les résultats nous démontrent tout de même une diminution de la performance chez les sujets ayant comme tâche initiale de représenter le problème avant de le résoudre lorsque les problèmes présentent des gros

Tableau 14	Taille des nombres			
	petits 27 classes (18 pb)		gros 6 classes (6 pb)	
Performance inférieure	9/27	33%	4/6	67%
Performance supérieure	6/27	22%	0	0%
Performance comparable	12/27	45%	2/6	33%

nombres. Ces résultats confirment l'impact négatif des gros nombres sur la représentation et la résolution de problèmes.

Conclusion: Les différentes analyses conduites précédemment fournissent des pistes intéressantes sur l'apport de la représentation externe (de type pictural) dans la résolution de problèmes complexes. Cette activité de représentation externe et l'apport qu'elle peut avoir dans la résolution semble être fonction du niveau scolaire et du type de problème présenté. Ainsi, même si celle-ci ne semble avoir un apport que très local, cet impact se retrouve chez les enfants plus vieux, particulièrement en 6e année. Certains éléments semblent de plus influencer tout particulièrement cette activité: la nature des données du problème chez les enfants très jeunes où le continu pose problème et apparaît discrétisé, le caractère imageant du problème qui apparaît déterminant à différents niveaux; et la présence d'un changement opéré par un agent externe, la présence de points de repère, la grandeur des nombres qui semblent nuire à la représentation et à la résolution... Compte tenu du nombre de sujets ayant participé à cette étude et du nombre de variables mises en jeu, ces résultats ne peuvent toutefois qu'être exploratoires. D'autres études devraient être menées pour confirmer l'influence relative de chacune de ces variables.

II. Étude des représentations développées par les jeunes enfants (6-7 ans) pour illustrer un changement de type qualitatif (transformation ou déplacement)

Dans une étude menée auprès d'enfants de 1ère et 2e années uniquement (= 180 enfants), les enfants furent sollicités à, d'une part, illustrer des situations mettant en jeu un changement (transformation ou déplacement) exprimé qualitativement (par

[1] Comme il a été mentionné dans les rapports précédents, la décision de considérer les petits nombres tient à la volonté de se centrer sur les difficultés liées à la tâche plutôt qu'à la grosseur des nombres.

exemple "Ta maman souffle une balloune. Elle grossit, grossit, grossit... Dessine ce que tu vois"), et d'autre part, à résoudre des problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement simple (pour les exemples détaillés des situations présentées aux enfants, voir annexe 1).

Dans le cadre de cette étude, nous distinguerons les types de changement véhiculés dans les situations présentées aux enfants pour fins d'illustration: changement de type temporel et changement de type procédural. Cette distinction provient des chercheurs Girardon-Morand et Janvier (1987) qui ont mis en évidence, dans le cas de transformations, les différences inhérentes à ces deux types de changement. Ces différences sont susceptibles d'influencer le type de représentation externe produite par les enfants, et il nous semble donc important de les différencier au niveau de l'analyse.

Dans le premier cas, changement de type temporel, le processus de changement est davantage caractérisé par un déroulement temporel de nature continue (il en est ainsi par exemple de la situation suivante présentée aux enfants "Ta maman souffle une balloune. Elle grossit, grossit, grossit... Dessine ce que tu vois").

Dans le deuxième cas, changement de type procédural, le processus de changement est caractérisé par une intervention plus ponctuelle produite sur un état donné, et relève en quelque sorte d'une procédure entre deux états (il en est ainsi, par exemple, de la situation suivante présentée aux enfants "Marie est en train de ranger ses cartes, son petit frère arrive et lui en renverse d'autres, et encore d'autres...). Ce deuxième type de situation se rapproche davantage des situations-problèmes mettant en jeu une transformation arithmétique, où le processus de changement est caractérisé par une certaine procédure additive (exemple du problème des billes, en annexe 1).

Afin de procéder à l'analyse méthodique des dessins d'enfants produits dans ces différents contextes, référant autant à un changement de type procédural que temporel (cf. annexe 1), nous avons élaboré une première grille de codage. Cette grille qui se veut globale (codage des représentations de situations mettant en jeu un changement simple) a le mérite de s'appliquer autant aux changements de type temporel que procédural. Elle tient compte de l'ensemble des codes utilisés dans ces deux contextes pour représenter le changement.

Construction de la grille

Notre recherche antérieure, portant sur l'apprentissage de l'arithmétique (Bednarz et Janvier, 1985), nous a fourni de premiers indices relativement aux représentations utilisées par les enfants pour illustrer une action opérée sur une collection. Dans le cadre de cette recherche, un apprentissage de type constructiviste fut en effet élaboré, s'articulant sur les représentations développées par les enfants pour traiter de collections et d'opérations sur ces collections. Cette recherche et les études réalisées d'autre part par quelques chercheurs sur la représentation du dynamisme (Mary et Jacquinot sur l'analyse des codes utilisés pour recréer le mouvement, Friedman et Stevenson sur la mise en évidence, à travers l'histoire de la peinture et différentes cultures, de différentes représentations du mouvement) nous ont guidées dans la mise au point de notre grille de codage.

Toutefois, celle-ci a principalement été élaborée à partir des données empiriques recueillies auprès des enfants.

Ainsi, en partant de quelques dessins d'enfants obtenus dans différents contextes (situation de la balloune, des cartes...), nous avons répertorié dans un premier temps les différents codes utilisés par les enfants pour illustrer le changement, et tenté alors une première mise en ordre des différentes représentations qui s'en dégagent.

Tout au long de cette démarche, une discussion en équipe (chercheures et assistants-es) a permis le raffinement progressif des composantes de la grille et la clarification de ce que chaque composante recouvre.

Pour s'assurer alors de la représentativité des différentes composantes ainsi mises au point par rapport aux dessins recueillis, nous avons effectué un retour sur de nouveaux dessins d'enfants. Celui-ci a permis de voir jusqu'à quel point la grille était adéquate (i.e. permettait de rendre compte des nouveaux dessins) et complète (i.e. si les composantes rendaient compte des différents cas possibles).

Cette première grille de codage a donc été élaborée progressivement à partir des données recueillies (le codage n'a pas été effectué à partir d'une grille théorique pré-établie), et ce en faisant appel à un processus de saturation théorique (Pirès, 1983), i.e. en procédant à l'élaboration des différentes composantes par un aller et retour sur les données jusqu'à ce que celles-ci ne nous apprennent plus rien de nouveau.

La grille ainsi élaborée (celle-ci apparaît en annexe 3) pouvait alors être mise en application de manière systématique pour chacun des dessins obtenus. Chaque dessin d'enfant, pour chaque situation faisant appel à un processus de changement, sera ainsi codé sous forme d'un vecteur identifiant le type de représentation développée (statique versus dynamique) et les codes utilisés par l'enfant: codes directs servant à illustrer le changement, et codes externes venant renforcer dans certains cas cette idée de changement.

Le codage

Trois juges différents (assistants-es de recherche) préalablement entraînés à l'utilisation de la grille (ceux-ci avaient en fait participé aux phases de discussion de l'équipe lors de l'élaboration) eurent à coder les productions des enfants de 1ère et 2e années (dessins des enfants d'une part, et stratégies de résolution des problèmes d'autre part). Le coefficient de fidélité inter-juges fut calculé à partir des codages effectués. Dans le cas de non-adéquation entre les codages, une confrontation entre les membres de l'équipe fut organisée (à propos des dessins dont le codage était ambiguë ou prêtait à des interprétations différentes).

La grille

Globalement, cette grille permet tout d'abord de discerner les représentations à caractère dynamique (qui rendent compte d'un changement) des représentations statiques: simple illustration des objets décrits dans la situation (statique-objet) ou illustration d'un état figé de la situation (statique-état).

Parmi les représentations dynamiques, elle permet de différencier plusieurs façons d'illustrer le changement: illustration de l'état initial ou final, illustration d'une action en cours, répétition de l'objet (transformé ou déplacé) ou de l'agent de transformation, illustration d'une succession d'états (suite d'images décrivant la situation qui évolue dans le temps). Plusieurs codes graphiques serviront dans l'image à suggérer, à recréer l'idée de changement: changement de position, de grandeur, code de concentricité (dans le cas de la balloune), code de déséquilibre, code de trajectoire, codes empruntés aux bandes dessinées ou codes symboliques (le répertoire des différents codes utilisés pour illustrer le changement sera explicité plus loin dans la section 3, p. 41).

Il est à noter que le type de changement impliqué dans chacune des situations favorise l'utilisation de certains codes particuliers à la situation (par exemple, dans la balloune qui grossit, grossit, grossit...., beaucoup de codes de changements de grandeur et de concentricité seront utilisés).

D'autres codes externes viendront également contribuer, dans certains cas, à renforcer l'idée de changement (implication de l'agent de changement ou éléments contextuels).

L'analyse

Les différents codages des dessins produits par chaque enfant (pour les changements de type temporel et procédural) donneront lieu à un traitement informatique. À l'aide d'une analyse classificatoire réalisée par le biais du logiciel Spad .T, analyse effectuée sur l'ensemble des données de type temporel d'une part et procédural d'autre part, une typologie des représentations pourra alors être mise en évidence.

Avant de présenter cette typologie, nous reprendrons tout d'abord l'analyse des dessins des enfants effectuée au travers de la première grille de codage, faisant déjà ressortir des traits caractéristiques propres à chacun des deux niveaux scolaires (1ère et 2e années) considérés par cette première étude. La section qui suit nous présente ces traits caractéristiques en abordant dans un premier temps les informations reliées aux changements de type temporel chez les sujets de première et deuxième années; les données relevant des représentations de type procédural sont présentées en second lieu.

1. Analyse des représentations développées par les jeunes enfants pour illustrer un changement de type qualitatif

1.1. Changement de type temporel

Portrait qui se dégage en 1ère année

• L'analyse des dessins nous révèle que majoritairement, les enfants de 1ère année produisent une représentation statique (ou n'illustrent rien), lorsqu'on leur demande d'illustrer un changement de type temporel*. Ainsi, 50/91 enfants (55%) se situent dans ce type de représentation, 60/91 (66%) lorsqu'on tient compte de la représentation produite après effaçage (certains enfants produisent en effet une première représentation, effacent et changent alors de représentation).

De plus, parmi les enfants qui produisent une représentation statique au départ (si l'on ne tient pas compte de l'effaçage), la représentation statique élaborée est majoritairement une représentation "objet", donc relativement primitive. 28/50 enfants ont une telle représentation (ils ne font qu'illustrer l'objet auquel on fait référence, exemple: la balloune), contre 18 qui illustrent un état figé donné de la situation (par exemple, ils illustrent une maman avec la "balloune" à la bouche...).

* Nous référons ici aux situations suivantes expérimentées en 1ère, 2e années: "Ta maman gonfle une balloune. Elle grossit, grossit..." et "Benoît donne un coup de pied dans le ballon. Le ballon monte, monte..."

La représentation du processus de changement n'apparaît donc que de façon minoritaire à ce niveau.

- Comment les enfants qui représentent un tel processus de changement (41 enfants sur 91) l'illustrent-ils?

Le tableau suivant reprend les différents types de représentations répertoriés ainsi que les principaux codes utilisés à cet effet.

Tableau 15
Représentation du changement temporel en 1ère année

Type de représentation (et codes utilisés pour illustrer le changement)	Si l'on tient compte de la procédure initiale (41 enfants)	Si l'on tient compte de la représentation finale après effaçage pour ceux qui effacent (31 enfants)
ILLUSTRATION DE L'ÉTAT INITIAL, FINAL		
IF (avec changement de grandeur)	5	2
IF (avec CG et code de concentricité	4	1
IF (avec CG et changement de position)	1 — 10	1 — 4
RÉPÉTITION DE L'OBJET TRANSFORMÉ		
RP (avec CG)	15	13
RP (avec CG et code de concentricité)	9 — 24	7 — 20
SUCCESSION D'ÉTATS		
SC (avec CG)	4	4
SC (avec CG et changement de position)	1 — 5	1 — 5
Codes autres (codes de bande dessinée, codes symboliques...)	2 (1 code bande dessinée, 1 code mixte) — 2	2 — 2

Les représentations produites par les enfants en 1ère année pour illustrer le changement, sont des représentations en grande majorité descriptives de la situation: ainsi ou bien ils représentent sur l'image l'état initial et final (IF) avec utilisation de codes reliés à la situation (changement de grandeur et dans certains cas code de concentricité), ou bien ils répètent l'objet transformé (RP) sur l'image en illustrant là encore le changement de grandeur ou la concentricité. 34 enfants se situent là (24 après avoir effacé). Les enfants qui effacent pour revenir à une représentation statique ont donc au départ une représentation très descriptive de la situation, plutôt caractérisée par une représentation de l'état initial et de l'état final. Un seul enfant aura recours ici (IF ou RP) à un code ne découlant pas de la situation même (le changement de position, dans le cas de la situation de la balloune).

Quelques enfants (5) illustrent un déroulement temporel par une succession d'états (SC): ils représentent une suite d'images (histoire sans parole), illustrant une suite d'états successifs cherchant à recréer un déroulement temporel.

Enfin, 2 enfants auront recours à d'autres codes plus schématiques (codes de bande dessinée ou symbolique) pour illustrer le changement.

• **Certains enfants effacent et changent de représentation**, passant d'une représentation initiale qui illustrait le changement à une représentation statique. **Comment se caractérisent ces enfants qui effacent?**

D'une procédure initiale de représentation illustrant le changement, ils reviennent à une représentation statique état (après avoir illustré le changement, ces enfants moins sûrs d'eux ne gardent qu'un état, en général l'état final).

Mais comment ces enfants avaient-ils illustré initialement le dynamisme du changement dans leur procédure?

6 enfants/10 représentent sur une même image l'état initial et l'état final avec une illustration du changement de grandeur et, dans certains cas, l'illustration de la concentricité (pour 3 d'entre eux, les ballons sont illustrés de façon concentrique).

Les 4 autres enfants représentent, sur une même image, la répétition de l'objet ("balloune" répétée plusieurs fois) en illustrant le changement de grandeur, et pour 2 d'entre eux la concentricité.

Ces enfants ont donc au départ une **représentation très descriptive de la situation présentée**, lorsqu'ils illustrent le changement.

Portrait qui se dégage en 2e année

• Majoritairement, les enfants de 2e année **ont plus tendance** que les enfants de 1ère année **à illustrer le changement**: 53/82 enfants (65%) se situent là, 42/82 (51%) si l'on tient compte de la représentation produite après effaçage.

• Comment les enfants représentent-ils le dynamisme du changement en 2e année (pour les 53 enfants qui se situent là)?

Tableau 16
Représentation du changement temporel en 2e année

Type de représentation et codes utilisés pour illustrer le changement	Si l'on tient compte de la procédure initiale (53 enfants)	Si l'on tient compte du produit final après effaçage pour ceux qui effacent (sur 42 enfants)
ÉTAT INITIAL ET FINAL		
IF avec CG	2	-
avec CG et code de concentricité	10	5
IF avec code de bande dessinée, code symbolique ou mixte	3	3
avec CG et changement de position	1	1
	16	9
RÉPÉTITION DE L'OBJET		
RF avec CG	8	8
avec CG et code de concentricité	9	5
RF avec CG et code symbolique	2	2
avec CG, changement de position et code symbolique	1	1
	20	16
SUCCESSION D'ÉTATS		
SC	1	1
SC avec CG	11	11
SC avec CG et code symbolique	1	1
	13	13
Codes autres:		
codes symboliques	4	2
codes de bande dessinée		2 } 4
	4	4

Les représentations produites par les enfants qui effacent pour revenir à du statique sont majoritairement là encore au départ descriptives de la situation, centrées sur les états initial et final.

Même si encore en 2e année, une grande partie des représentations produites pour illustrer le changement sont descriptives de la situation (18/42): illustration de l'état initial, final ou répétition de l'objet avec changement de grandeur et code de concentricité, on voit apparaître ici plus de représentations d'un déroulement temporel (succession d'états): 13 enfants adoptent une telle représentation (alors qu'en 1ère année seulement 5 enfants avaient une telle représentation).

De plus, on voit apparaître en plus grand nombre le recours à des codes de bande dessinée ou à des codes symboliques (pour 21 enfants).

- Comment se caractérisent en 2e année les enfants qui effaçent dans leur dessin?

Parmi ces 11 enfants, 7 représentent l'état initial et l'état final avec changement de grandeur et code de concentricité (pour 5 d'entre eux) et 4 répètent l'objet transformé avec changement de grandeur et concentricité. On retrouve donc ici la même caractéristique qu'en 1ère année: **les enfants qui effacent** ont une **représentation** au départ très **descriptive** de la situation, plutôt centrée sur une illustration de l'état initial et final.

Les résultats précédents mettent en évidence dans le cas de la représentation d'un changement de type temporel des différences d'un niveau scolaire à l'autre. D'une représentation majoritairement statique, celle-ci évolue vers une représentation davantage dynamique, majoritairement descriptive de la situation.

1.2. Changement de type procédural

Situation des enfants en 1ère année

- La représentation externe d'une situation mettant en jeu un changement procédural* semble plus complexe qu la représentation d'une situation mettant en jeu un changement temporel. En effet, 81/91 enfants (89%) ont ici une représentation statique ou n'illustrent rien, alors que seulement 66% des enfants dans le premier cas avaient une représentation statique (55% si l'on ne tient pas compte de l'effaçage).

Ainsi, la représentation dynamique élaborée par certains enfants pour la situation mettant en jeu un changement temporel semble avoir fait place à une représentation statique état ou à aucune illustration (signe d'un malaise).

---

* Nous référons ici aux situations suivantes expérimentées en 1ère, 2e années: "Marie est en train de ranger ses cartes, son petit frère arrive et lui en renverse d'autres, et encore d'autres...", "Mathieu doit ranger dans un tiroir toutes les règles des enfants de la classe. Il a mis les règles dans le tiroir. Le professeur en apporte d'autres...".

- Aucun enfant ici n'efface.
- Comment les quelques enfants qui illustrent le processus de changement dans ce cas l'illustrent-ils?

Tableau 17
Illustration du changement procédural en 1ère année

Type de représentation et codes utilisés pour illustrer le changement	(sur 10 enfants)
Illustration de l'état initial, final avec changement d'emplacement (de la collection)	1
Illustration d'une action en cours	
Recours à des codes de déséquilibre	5 } 6
Répétition de l'agent avec codes de déséquilibre	1 }
Recours à des codes de trajectoire	1 } 3
Recours à des codes symboliques	2 }

Les **représentations** sont là encore **majoritairement descriptives** de la situation (pour 7 enfants/10): représentation de l'état initial et final avec code de changement de position (impliqué par la situation donnée: il s'agit ici de cartes rangées et du petit frère qui en renverse d'autres...), illustration d'une action en cours ou répétition de l'agent (qui remplace ici la répétition de l'objet qu'on ne peut retrouver dans cette situation) avec recours à des codes de déséquilibre (angle des cartes avec la position verticale indiquant un certain déséquilibre). Les **codes utilisés** (déséquilibre, changement de position) **découlent directement de la situation donnée**, comme pour la transformation de type temporel, le changement de grandeur et la concentricité. Quelques enfants seulement auront recours à des codes autres (trajectoire, symbolique).

Situation en 2e année

- La tendance à illustrer le changement est là encore moins forte que pour le changement de type temporel, illustrant bien la complexité de la tâche de représentation d'un changement de type procédural: 31 enfants (sur 82) représentent ici le processus de changement contre 53 enfants dans le premier cas (changement de type temporel).
- Comment les enfants illustrent-ils ici le changement?

Tableau 18
Illustration du changement procédural en 2e année

Type de représentation et codes utilisés pour illustrer le changement	sur 30 (31 enfants si l'on tient compte de celui qui a effacé)
Illustrent l'état	
Initial, final	1
avec changement de position et code de déséquilibre	1 } 3
avec changement de grandeur de la collection	1
Illustrent une action en cours	
Recours à des codes de déséquilibre	14 } 16 (17 avec celui qui efface)
avec changement de position	2(3) }
Succession d'états avec changement de position, code déséquilibre, changement de grandeur	3
État initial, final avec codes symboliques et répétition de l'agent	2
Recours à des codes symboliques	4 } 6
ou mixtes	2 }

Majoritairement, les représentations élaborées pour illustrer le changement sont là encore descriptives de la situation (20/31 représentent l'état initial, final, ou une action en cours en ayant recours à un code de déséquilibre, ou à un changement de position). Quelques enfants illustrent un déroulement temporel par une succession d'états (2), d'autres ont recours à des codes davantage schématiques (6).

Les résultats précédents montrent que l'illustration d'un changement de type procédural est plus complexe pour les jeunes enfants que l'illustration d'un changement de type temporel. Ils mettent en évidence, par ailleurs, là encore, une évolution dans la représentation du changement d'un niveau scolaire à l'autre, qui va dans le même sens que celle énoncée précédemment.

Synthèse:

Représentations développées par les enfants de 1ère, 2e années pour illustrer le changement / Évolution

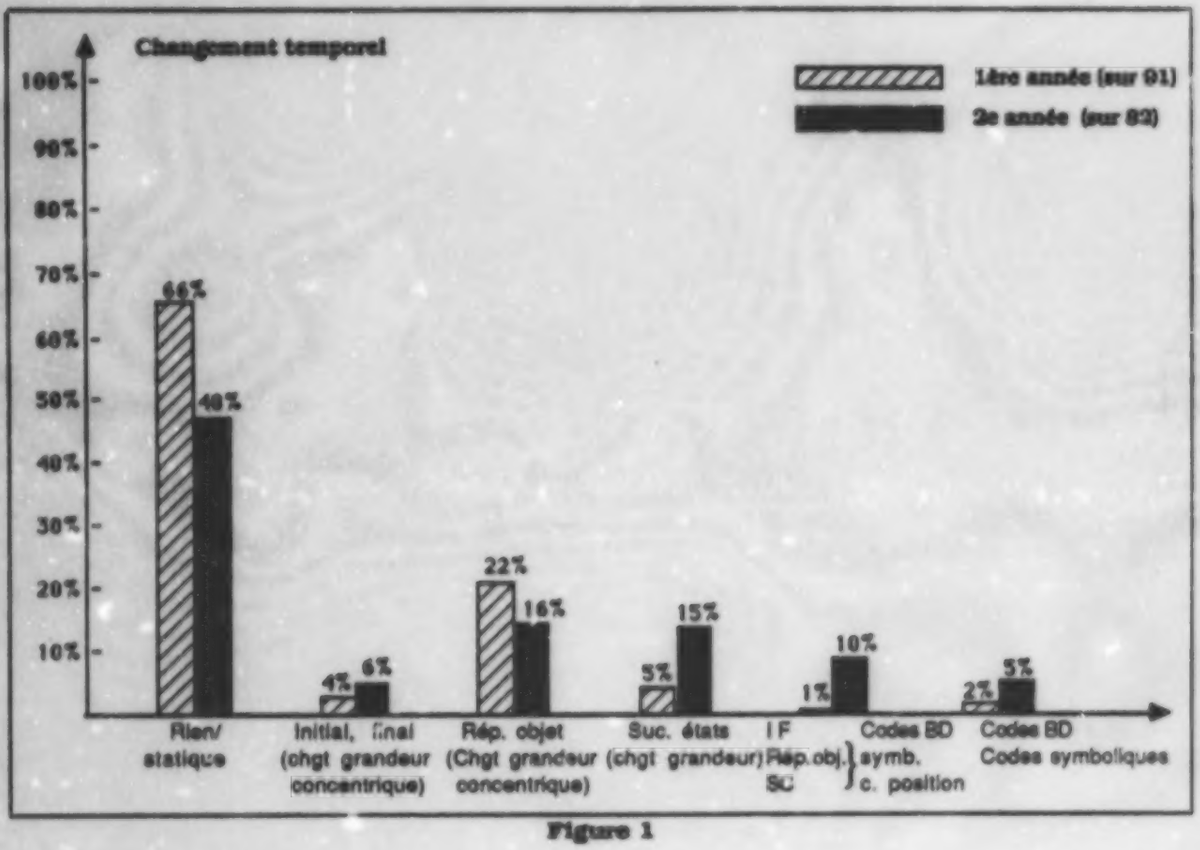


Figure 1

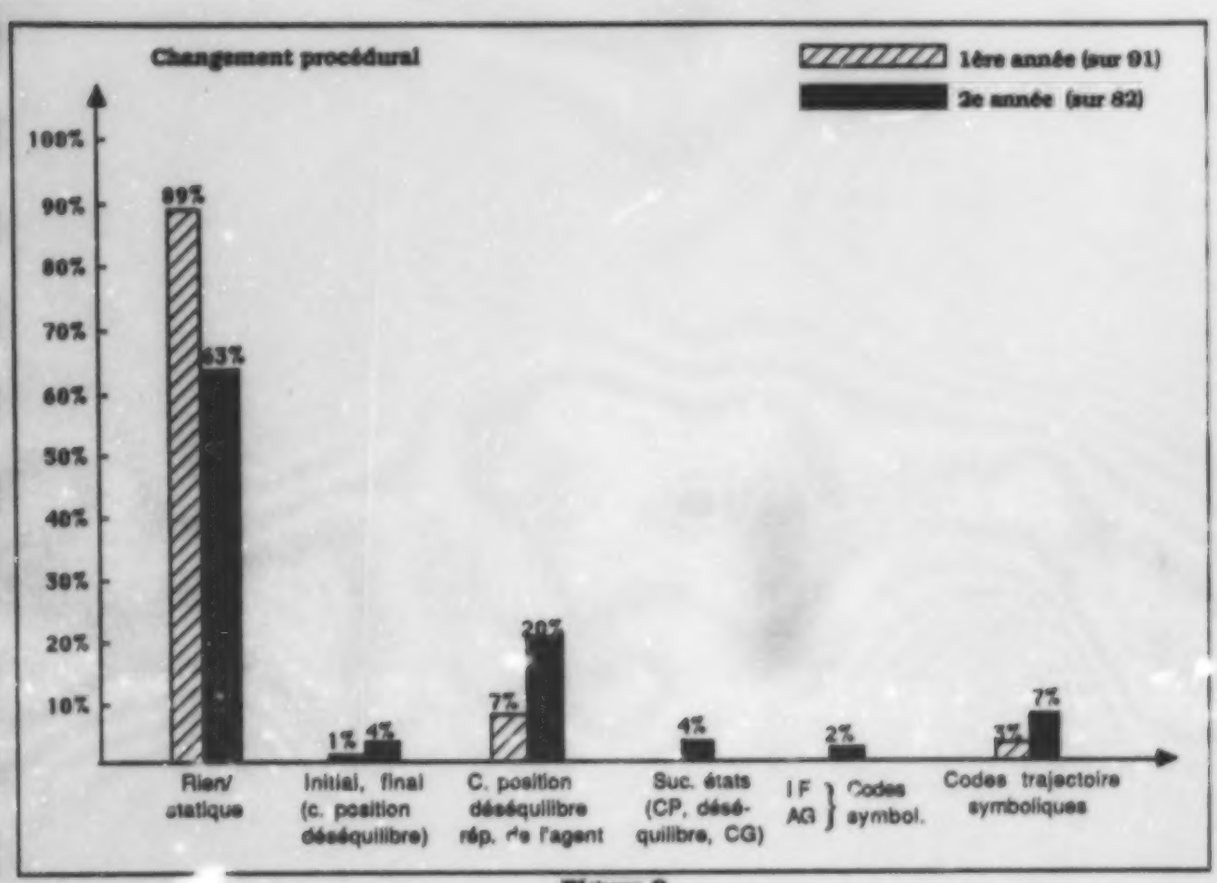


Figure 2

2. Élaboration d'une typologie des représentations

Le type d'étude conduite ici est plutôt d'ordre exploratoire, en ce sens que les chercheures n'ont pas d'hypothèses a priori qu'ils cherchent à vérifier dans un contexte donné. En d'autres termes, contrairement aux "investigations" classiques, dans cette recherche, nous partons des données brutes de nos sujets (représentations produites par les enfants) pour arriver à construire une typologie des représentations externes produites par les jeunes enfants (6-7 ans) pour illustrer le changement.

Cette démarche est rendue possible ici grâce à l'analyse classificatoire. Grosso modo, cette analyse traite nos données en les renvoyant sous forme de nuages multi-dimensionnels. La projection de ces nuages sur un système d'axes permet de dégager des points communs (ressemblances, dissemblances) entre nos données qui sont traduits visuellement à l'aide de diagrammes d'arbres: "dendogrammes" (mettant en évidence des classes de représentations).

Les données de nos sujets (dessins) codifiées sous forme de vecteur, selon la grille présentée précédemment (cf. annexe 3), ont subi ce traitement informatisé. Les diagrammes qui apparaissent à l'annexe 5 et les caractérisations de chacune des classes présentent les résultats alors obtenus.

Le traitement a été réalisé en deux temps en distinguant la représentation d'un changement de type temporel et celle d'un changement de type procédural. Dans un premier temps, nous avons réalisé une analyse classificatoire sur l'ensemble des dessins codés pour tous les sujets (1ère et 2e années), et dans un deuxième temps nous avons réalisé une analyse classificatoire sur un sous-ensemble des sujets formé de ceux ayant produit une représentation dynamique.

Ces deux types d'analyses permettent de faire ressortir dans le cas du changement de type temporel 6 classes (cf. annexe 5).

[1] Représentation statique-objet
[2] Représentation statique-état, avec dans certains cas implication de l'agent de changement
[3] Illustration d'un état initial, final avec changement de grandeur et code de concentricité
[4] Illustration d'une répétition de l'objet avec changement de grandeur et concentricité
[5] Illustration d'une succession d'états avec changement de grandeur
[6] Recours à des codes de bande dessinée

Dans le cas du changement de type procédural, les analyses (cf. annexe 5) font également ressortir 5 classes (dans ce cas, le nombre de sujets ayant illustré le changement étant moindre, l'analyse ne permet toutefois pas d'aller aussi loin que précédemment dans les classes de représentations dynamiques).

[1] N'illustrent rien
[2] Représentation statique-objet
[3] Représentation statique-état
[4] Recours à des codes de déséquilibre, avec implication de l'agent
[5] Recours à des codes symboliques

La caractérisation de chacune des classes permet de plus de faire des liens entre le type de représentation produite, le niveau scolaire et la performance aux problèmes.

Ainsi une représentation statique-objet, dans le cas du changement de type temporel, caractérise davantage le niveau 1ère année, et les enfants non-reconstructeurs aux problèmes 1 et 4 (billes et pied de Benoit). Pour le changement de type procédural, une représentation statique-objet ou une non-illustration correspond là encore davantage au niveau 1ère année, et aux enfants non-reconstructeurs dans le problème 4. Le recours à des codes de déséquilibre et à l'illustration d'une action en cours correspond quant à lui davantage au niveau 2e année.

Ces différentes analyses font ressortir une typologie des représentations externes produites par les enfants pour illustrer une situation mettant en jeu un processus de changement (temporel ou procédural).

Nous pouvons en effet identifier 5 grandes classes de représentation.

[0] Certains enfants n'illustrent rien, ou ont une

[1] représentation statique: nous pouvons ici distinguer 2 niveaux de représentation
- une représentation statique objet: simple illustration des objets de la situation
- une représentation statique-état: illustration d'un état figé de la situation

Parmi les représentations dynamiques, nous retrouvons 4 niveaux de représentation.

[2] **Une représentation très descriptive de la situation** (les codes utilisés seront ici directement empruntés à la situation)

On retrouvera alors:

a) une illustration de l'état initial et final
et b) une répétition de l'objet transformé, ou
une illustration d'une action en cours (dans le cas du changement de type procédural)

[3] Certains enfants représentent une **succession d'états**, illustrant davantage alors un déroulement temporel.

[4] Enfin, quelques **représentations plus schématiques** apparaissent (avec recours à des codes empruntés aux bandes dessinées, codes de trajectoire, codes symboliques...)

Toutes les analyses réalisées sur différentes situations permettent de retrouver cette typologie. À l'intérieur de chacune des classes, plusieurs codes graphiques sont utilisés pour illustrer le changement, différents d'une situation à l'autre et d'une classe à l'autre. Le recours à des codes externes venant renforcer l'idée de changement (implication de l'agent, contexte, "mimiques"...) vient à l'occasion s'ajouter à ce répertoire déjà fort riche.

D'un niveau scolaire à l'autre, on voit apparaître une évolution dans la représentation: d'une représentation majoritairement statique, celle-ci évolue en 2e année vers une représentation dynamique majoritairement descriptive de la situation. Les types de représentation [3] (succession d'états) et [4] (représentations plus schématiques) font toutefois ici leur apparition.

3. Explicitation de la typologie et répertoire des codes utilisés par les enfants pour illustrer le changement

Les résultats précédents mettent donc en évidence une typologie de représentations développées par les enfants pour illustrer le changement. Ces grandes classes s'accompagnent du recours à différents codes utilisés pour illustrer le changement. L'analyse de ces représentations et de ces codes nous permet de mieux comprendre le développement de la représentation du changement chez l'enfant, et les schèmes qui modulent leurs actions dans les situations mettant en jeu la reconstruction d'un changement. Elle met en évidence la richesse des codes utilisés par les enfants pour représenter le dynamisme, et la distance qui existe entre ces représentations (et codes) et celles couramment utilisées en enseignement des mathématiques (dans lesquelles l'enfant ne perçoit nullement le dynamisme).

Quelles sont ces grandes classes de représentations développées par les enfants et ces codes utilisés pour illustrer le changement? Nous les expliciterons davantage par des exemples tirés de dessins d'enfants.

[1] Certains enfants ont une **représentation statique**. On peut ici distinguer deux niveaux dans la représentation statique.

a) **Représentation statique objet**: Les enfants n'illustrent que l'objet auquel la situation fait référence (représentation primitive).

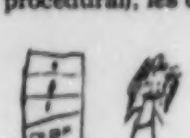
Par exemple, dans la situation balloune "Ta maman souffle une balloune. Elle grossit, grossit, grossit..." (changement de type temporel), les enfants représentent une balloune.

Dans la situation des cartes "Marie a presque fini de ranger les cartes à jouer dans la boîte. Son petit frère arrive et lui en renverse d'autres et encore d'autres..." (changement de type procédural), les enfants ne représentent que les cartes.

b) **Représentation statique état**: Dans cette représentation statique plus évoluée, l'enfant représente un état donné de la situation (état initial, intermédiaire ou final...).

Par exemple, dans la situation du ballon "Benoît donne un coup de pied dans le ballon. Le ballon monte, monte, monte..." (changement de type temporel), les enfants illustreront ceci:

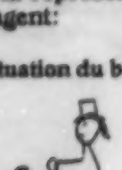
Dans la situation des règles "Mathieu doit ranger dans un tiroir toutes les règles des enfants de la maternelle. Il a mis 14 règles dans le tiroir et n'en a plus à ranger. Le professeur en apporte d'autres. Quand Mathieu a fini, il a rangé 25 règles" (changement de type procédural), les enfants illustreront ce qui suit:



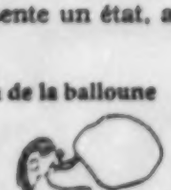
Dans ce dernier type de représentation statique, l'enfant aura parfois recours à des **codes supplémentaires** (implication de l'agent de transformation, codes externes: mimiques..., contexte) qui indiquent une certaine intervention en cours. La représentation est alors moins dénudée, plus riche et, même si statique, elle fait référence de façon externe à un changement.

Ainsi dans la représentation qui suit, l'enfant représente un état, avec implication de l'agent:

situation du ballon

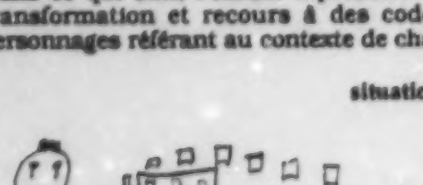


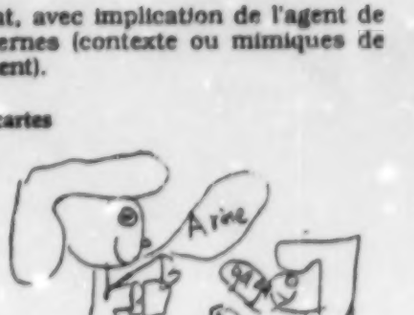
situation de la balloune



Dans ce qui suit, l'enfant représente un état, avec implication de l'agent de transformation et recours à des codes externes (contexte ou mimiques de personnages référant au contexte de changement).

situation des cartes

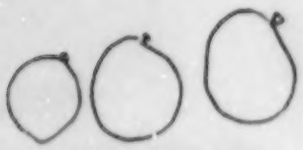




[2] Certains enfants ont une **représentation très descriptive du changement**. On retrouve ici deux types de représentations: certains illustrent sur une même image l'état initial et final du changement, d'autres vont répéter l'objet transformé plusieurs fois (ou l'agent de transformation) ou illustrer une action en cours (dans le cas d'un changement de type procédural).

Il en est ainsi dans les exemples suivants:

répétition de l'objet (balloune)



état initial et final (ballon)

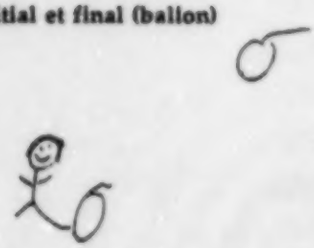


illustration d'une action en cours

Les **codes utilisés** pour illustrer le changement **sont alors des codes qui dérivent directement de la situation** présentée.

Ainsi on retrouvera une illustration du **changement de grandeur** et (ou) une illustration de la **concentricité** (dans le cas de la situation "balloune") accompagnant une illustration de l'état initial, final ou d'une répétition de l'objet.

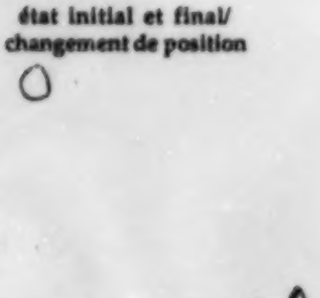
répétition de l'objet/ changement de grandeur/ concentricité

état initial et final/ changement de grandeur/ concentricité

Une illustration du **changement de position**, dans le cas de la situation "ballon":

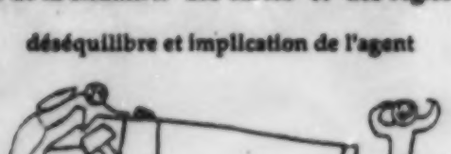
répétition de l'objet/ changement de position

état initial et final/ changement de position



Une illustration du changement de position (emplacement de la collection) ou le recours à des codes de déséquilibre (angle des objets de la collection par rapport à la verticale...) dans le cas de la situation "des cartes" et "des règles":

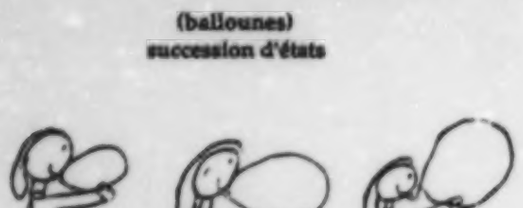
déséquilibre et implication de l'agent



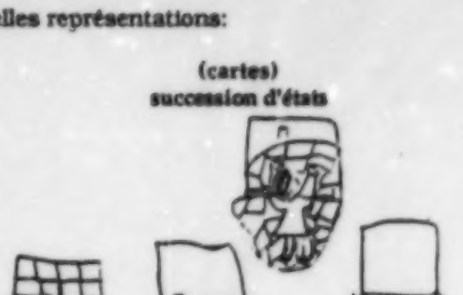
[3] D'autres enfants produisent des **représentations** qui mettent l'emphase sur une illustration d'un **déroulement temporel**. Ils représentent alors le changement à l'aide de séquences figées dans le temps (photos-clichés), mais dont la succession illustre l'évolution de la situation dans le temps: **succession d'états**.

Les exemples qui suivent témoignent de telles représentations:

(balounes) succession d'états

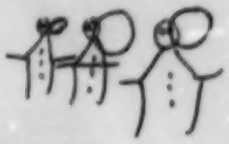


(cartes) succession d'états



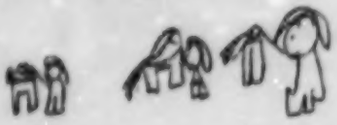
Ici, encore une fois, les codes utilisés découlent directement de la situation:

changement de grandeur dans le cas de la balloune (avec implication de l'agent)



changement de position dans le cas du ballon (avec implication de l'agent)

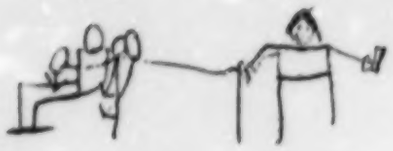
déséquilibre dans le cas des cartes (avec implication de l'agent)



[4] **D'autres enfants ont une représentation plus schématique de la situation.** Ils ont recours alors à des codes non-reliés à la situation. Certains de ces codes sont nettement symboliques comme dans les exemples suivants:

situation du ballon (flèche de déplacement)

situation des cartes (flèche indiquant un changement d'emplacement)



D'autres codes sont empruntés au répertoire des bandes dessinées bien connues des enfants, comme ceux ci:

situation de la balloune

situation du ballon

Alors que d'autres ont une portée plus spécifique en désignant une trajectoire, comme ceci:

situation du ballon

Des codes supplémentaires accompagnent et enrichissent ces illustrations à l'occasion (implication de l'agent, codes externes, utilisation à l'intérieur du dessin d'une multiplicité de codes).

Ainsi, dans cet exemple, l'enfant a recours à un changement de grandeur, de position, à un code de trajectoire, il y a implication de l'agent et répétition de l'objet déplacé.

Situation du ballon

4. Relation entre les représentations développées par les jeunes enfants pour illustrer un changement et leur performance à résoudre des problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement

La performance des enfants aux problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement (cf. annexe 1) a été comparée au type de représentation du changement produit par l'enfant à l'intérieur des situations mettant en jeu un changement de type qualitatif.

4.1. Relation entre représentation d'un changement temporel et performance aux problèmes

Situation des enfants en 1ère année - problèmes versus représentation d'un changement temporel: Les enfants qui ont effacé et ont changé de représentation sont identifiés par le nombre entre parenthèses (c'est ici le dessin produit avant qu'ils n'effacent qui est codé).

Tableau 19

Performance versus représentation d'un changement temporel en 1ère année

Type de représentation \ Performance aux problèmes	NR (non reconstruction) T_2	P (partiel) T_1	R' R (reconstruction)	Total
N'illustrent rien	2 (1) 2(3)	. .	1 1 2	4(5)
Représentation statique - objet	10 11	3 2	1 1	46(55)
Représentation statique - état	5(10) 6(8) 32(39)	(2) 2 7(9)	2 3 7	
Illustrent le changement	9(4) 11(8) 20(12)	4(2) 4 8(6)	6 7 13	41(31)
Total	54	15	22	91

- Il semble exister une **relation** importante, pour l'ensemble des enfants, **entre** leur **performance aux problèmes** mettant en jeu la reconstruction d'un changement **et** la **représentation** qu'ils produisent pour illustrer un changement de type temporel.

En effet, les enfants **non-reconstructeurs** ont une **représentation** en majorité **statique** ou n'illustrent rien (pour 42/54 d'entre eux, soit pour 78%); inversement, les enfants qui ont une représentation statique (ou n'illustrent rien) se retrouvent en majorité (42/60 enfants) parmi les non-reconstructeurs (70%).

Les **enfants reconstructeurs** eux illustrent en majorité le **changement** (pour 13 d'entre eux sur 22, soit pour 59%).

Par contre, les enfants qui illustrent le changement dans le cas d'une situation de type temporel (31) se répartissent autant parmi les non-reconstructeurs (12 enfants) que les partiels (6 enfants) et les reconstructeurs (13 enfants). L'illustration ici plus aisée de ce type de situation peut expliquer ces résultats.

Situation des enfants en 2e année - Problèmes versus représentation d'un changement temporel

Tableau 20

Performance versus représentation d'un changement temporel en 2e année

Type de représentation \ Performance aux problèmes	NR T_2 non reconstruction	P T_1 partiel	R' R reconstruction	Total
N'illustrent rien	1 - 1	- -	- -	1
Représentation statique - objet	- -	1 -	6 1	
Représentation statique - état	1 2(4)	1 3(4)	5(7) 6(14)	28(39)
	3(5)	5(6)	20(28)	
Illustrent le changement	- 3(1)	5 3(2)	15(13) 27(21)	53(42)
	3(1)	8(7)	42(34)	
Total	7	13	62	82

- Il semble là encore exister une relation entre la performance que les enfants ont aux problèmes et la façon dont ils représentent un changement (de type temporel).

Ainsi, les enfants **non-reconstructeurs** ont majoritairement une représentation **statique** ou n'illustrent rien (6/7 enfants sont ici, soit 86%) et les enfants **reconstructeurs** ont tendance un peu plus à **illustrer le changement** (34/62 enfants, 55%), bien qu'une grande partie ait ici une représentation statique. Ceux qui **illustrent le changement** inversement sont majoritairement ici (34/42 enfants, 81%) des reconstructeurs.

4.2. Relation entre représentation d'un changement de type procédural et performance aux problèmes

Situation en 1ère année

Tableau 21

Type de représentation \ Performance aux problèmes	NR T_2 non reconstruction		P T_1 partiel		R' R reconstruction		Total
N'illustrent rien	6	5	2	1	4	3	21
		11		3		7	
Représentation statique - objet	6	9	2	1	1	1	60
Représentation statique - état	12	11	3	6	2	6	
		38		12		10	
Illustrent le changement	2	3	-	-	3	2	10
		5		0		5	
Total	54		15		22		91

• Là encore les enfants non-reconstructeurs ont en majorité une représentation statique (49/54, soit 91%), dans une proportion plus forte que pour le changement temporel où 78% des enfants non-reconstructeurs avaient une représentation statique. Et inversement, les enfants qui ont une représentation statique ou n'illustrent rien sont des enfants non-reconstructeurs (49/81, soit 60%). On ne retrouve toutefois plus la même relation au niveau des reconstructeurs à cause ici de la complexité de la tâche d'illustration: on retrouve en effet une représentation statique pour 77% des reconstructeurs (17/22).

Les situations faisant appel à un changement de type procédural se rapprochant davantage des situations-problèmes faisant appel à la reconstruction d'un changement (davantage de type procédural), la relation entre la représentation du changement produite et la performance aux problèmes apparaît ici plus forte.

Situation des enfants en 2e année - Problèmes versus illustration d'un changement procédural (note: 1 seul enfant a effacé pour revenir à du statique)

Tableau 22

Type de représentation \ Performance aux problèmes	NR T_2 non reconstruction	P T_1 partiel	R' R reconstruction	Total
N'illustrent rien	1 - 1	- 1 1	- 4 4	6
Représentation statique - objet	- -	- -	2 -	45(46)
Représentation statique - état	- 4 4	5 4 9	13(14) 17 32(33)	
Illustrent le changement	1 1 2	2 1 3	11(10) 15 26(25)	31(30)
Total	7	13	62	82

Les enfants qui illustrent le changement sont ici en majorité reconstructeurs (26/31), et les enfants qui sont non-reconstructeurs ont en majorité une représentation statique (4/7). L'inverse n'est toutefois pas vrai, compte tenu de la complexité de la tâche de représentation dans ce cas, certains enfants reconstructeurs peuvent fort bien avoir une représentation statique.

Synthèse:

Situation des enfants en 1ère année
Relation entre reconstruction d'un changement
et représentation externe du changement

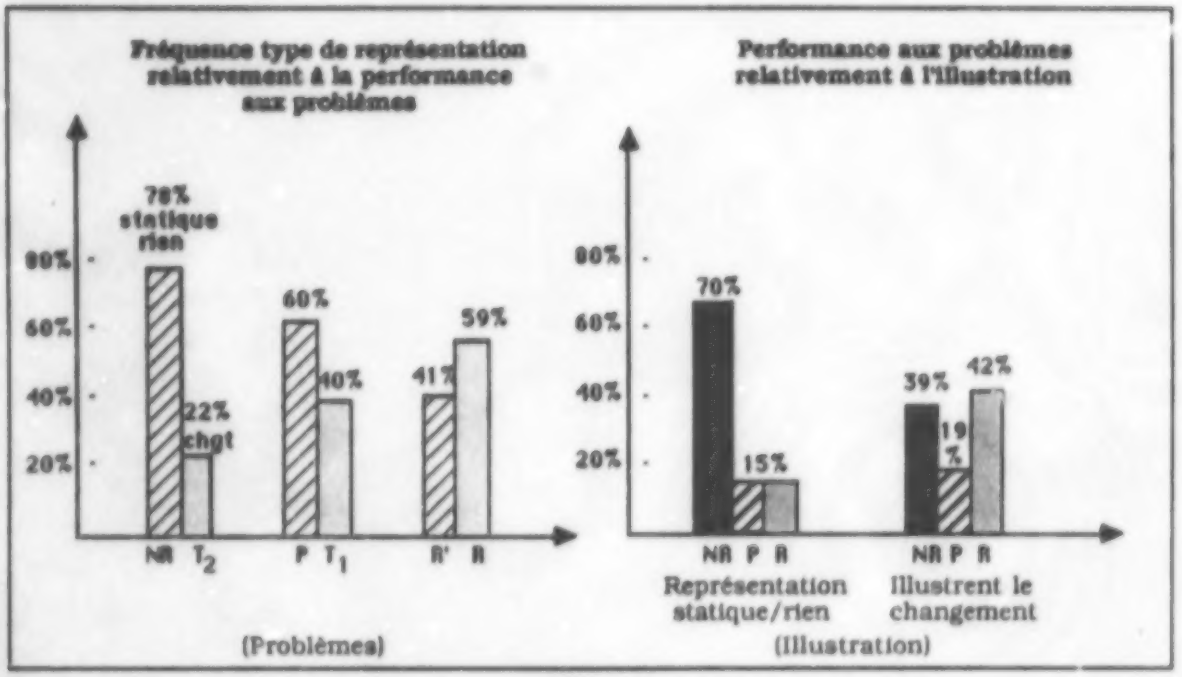


Figure 3
Changement temporel

Au fur et à mesure que la performance aux problèmes croît, la représentation statique qu'ils ont d'un changement de type temporel décroît au profit d'une illustration du changement.

La représentation statique est associée à une non-reconstruction du changement... Les enfants qui illustrent le changement sont eux plus partagés.

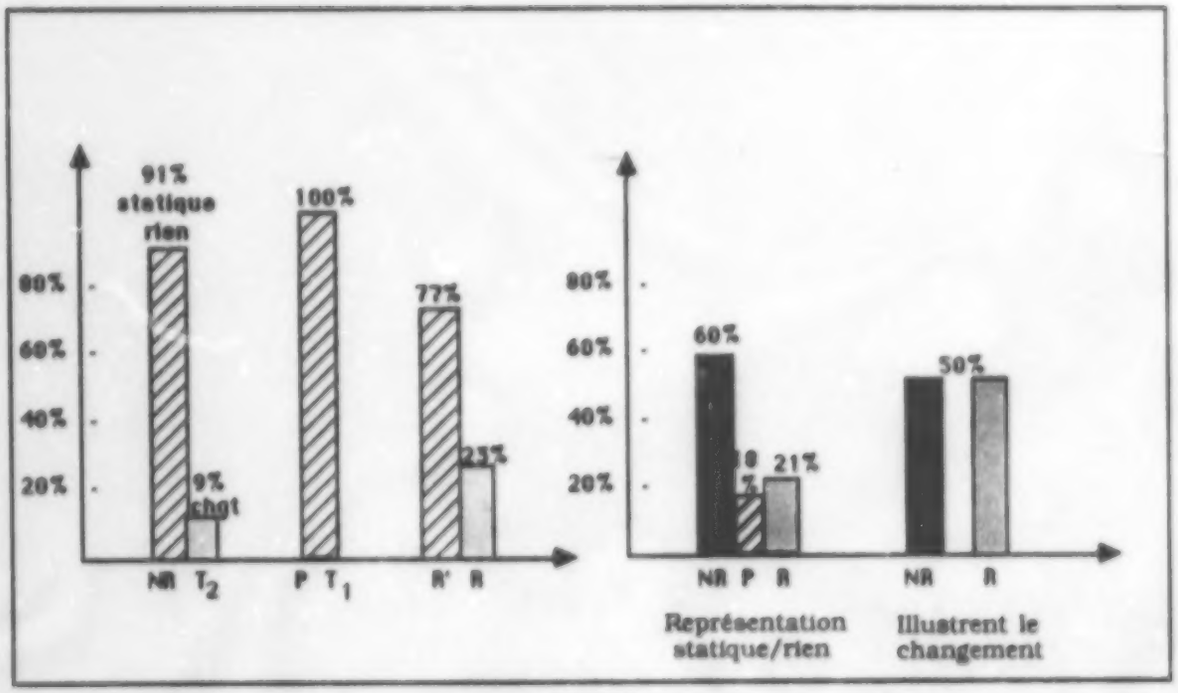


Figure 4
Changement procédural

La représentation d'un changement procédural est plus complexe et est majoritairement statique. Toutefois, cette tendance décroit avec la performance aux problèmes. Elle est très forte chez les non-reconstructeurs.

On retrouve ici la même tendance que précédemment.

Situation des enfants en 2e année
Relation entre reconstruction d'un changement
et représentation d'un changement

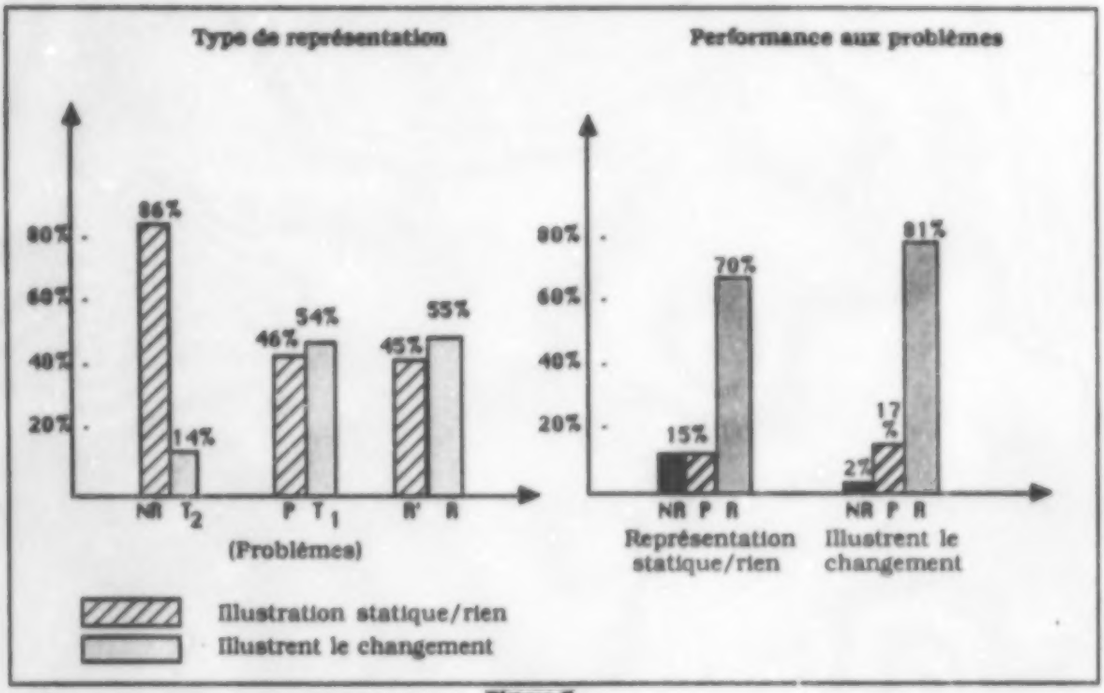


Figure 5
Changement temporel

On observe ici le même phénomène qu'en 1ère année, la tendance à illustrer le changement croît avec la performance aux problèmes.

La représentation du changement est associée à une reconstruction du changement... alors qu'ici les enfants qui ont une représentation statique sont plus partagés. Notons toutefois que, parmi ceux-ci, on retrouve des enfants reconstructeurs (20%) qui ont effacé, et qui avaient initialement illustré le changement.

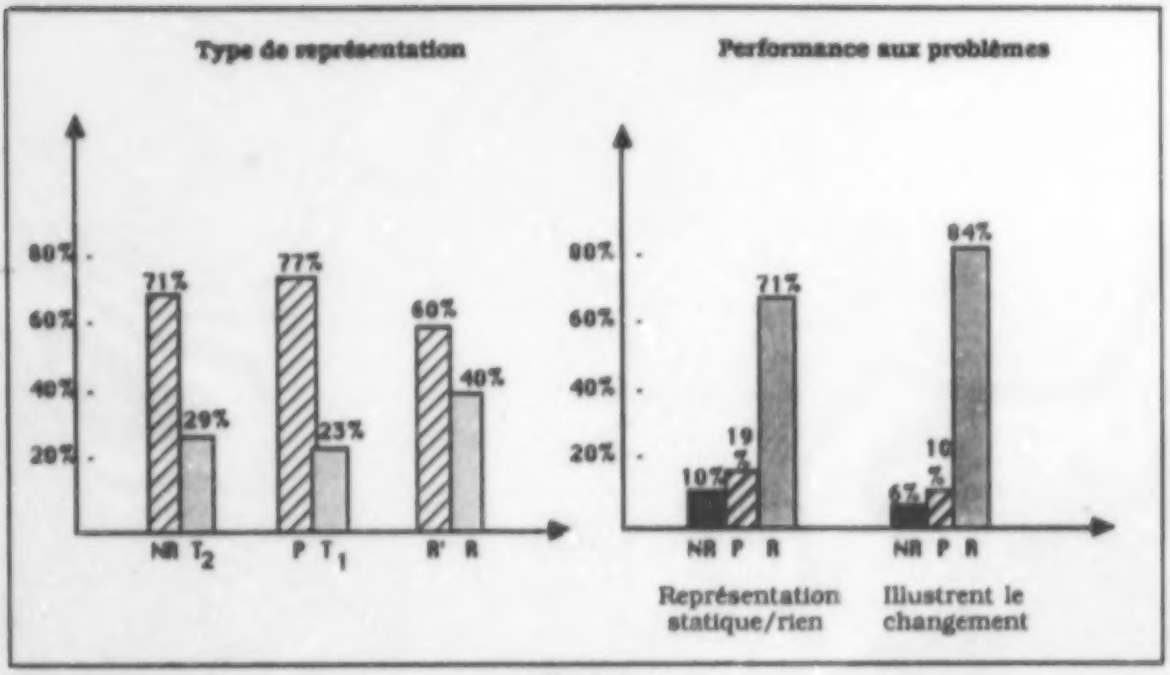


Figure 6
Changement procédural

La représentation est ici plus complexe: on retrouve une représentation statique plus forte. Toutefois, la même tendance qu'en 1ère année se retrouve, la représentation statique décroît avec la performance aux problèmes

On retrouve ici la même tendance que précédemment

4.3. Lien entre performance aux problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement, représentation externe du changement et discours sur un changement, en 1ère, 2e années

Les analyses de correspondance réalisées sur les variables: performance aux différents problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement, représentation produite pour illustrer une situation mettant en jeu un changement qualitatif (de type temporel et procédural) et discours produit par l'enfant sur une représentation externe fournie a priori (histoire sans parole) illustrant une certaine transformation, nous permettent d'aller plus loin dans notre étude de la conceptualisation du changement par le jeune enfant.

Les situations auxquelles nous référons ici apparaissent à l'annexe 1 (problèmes à résoudre, situations à illustrer, histoire sans parole à interpréter). Les réponses des enfants à chacun des items ont été codées et ont donné lieu à un traitement informatique à l'aide du logiciel Spad N (procédure Demod: produits croisés sur certaines variables, analyses des correspondances réalisées sur les variables, performance à chaque problème, représentation procédurale et temporelle et discours*). **Les résultats des analyses de correspondance** alors réalisées **apparaissent à l'annexe 6**. Nous les commenterons maintenant successivement.

* Les données ont ici été recodées à partir des typologies des représentations et des discours mis en évidence (par les analyses classificatoires).

GRAPHE 1 Analyse des correspondances réalisée sur la variable performance à chaque problème (variables actives), les autres variables (niveau, représentation temporelle, représentation procédurale et discours) étant traitées en variables supplémentaires.

L'axe 1 met en opposition la performance aux problèmes en termes de non-reconstruction versus reconstruction (échec aux problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement versus réussite).

L'axe 2 permet de distinguer dans cette opposition les partiels. On se retrouve donc avec trois nuages très clairement distincts: les non-reconstructeurs, les partiels et les reconstructeurs.

Le niveau est bien représenté sur le premier axe. Ainsi, le niveau 1 se retrouve davantage caractérisé par une non-reconstruction aux problèmes présentés, alors que le niveau 2 se retrouve davantage caractérisé par une reconstruction du changement dans les situations présentées.

Par ailleurs, la situation des autres variables (bien représentées par rapport à ces deux axes) met en évidence que:

> les enfants qui n'illustrent rien dans le changement de type temporel, ou qui ont une représentation statique objet (autant dans le procédural que le temporel) se retrouvent davantage chez les non-reconstructeurs et chez les enfants de 1ère année. La même relation peut être observée au niveau du discours, où les enfants ayant un discours descriptif (renvoyant aux objets ou à chacune des images) se retrouvent également chez les non-reconstructeurs et en 1ère année.

Ainsi, les enfants qui ne reconstruisent pas le changement produisent une représentation statique très primitive de celui-ci (dans leur dessin) et ne perçoivent nullement le changement dans une représentation externe fournie a priori à cet effet (aucun lien n'est ici établi entre les images, et le discours fourni par l'enfant sur l'histoire sans parole est très primitif).

À l'opposé, la représentation dynamique du changement (illustration d'un état initial final, d'une action en cours, d'une succession d'états ou représentation plus schématique, avec implication de l'agent et recours à des codes externes) caractérise davantage les enfants reconstructeurs.

GRAPHE 2 Analyse des correspondances réalisée sur la variable représentation (temporelle et procédurale), les autres variables (niveau, performance aux problèmes et discours) étant traitées en variables supplémentaires.

L'axe 1 met en évidence une gradation dans la représentation statique, mettant en opposition les enfants qui n'illustrent rien ou ont une représentation statique-objet à ceux qui ont une représentation statique-état.

L'axe 2 ne vient que caractériser les enfants qui effacent et changent de représentation (ces derniers se définissant davantage par une illustration de l'état initial, final).

Le premier niveau de représentation statique se retrouve davantage chez les enfants de 1ère année, chez les enfants non-reconstructeurs et chez les enfants présentant un discours très descriptif (dans le cas de l'histoire sans parole proposée). On retrouve donc là la relation inverse à celle qui était mise en évidence par le graphe 1.

Le deuxième niveau de représentation statique se retrouve davantage en 2e année, et parmi les enfants reconstructeurs (dans le cas toutefois des situations "équation" et de la situation simulée devant les enfants [Nicolas...] surtout). Elle ne se retrouve pas chez les enfants qui reconstruisent le changement dans le problème 1 (problème des billes).

La même analyse sera maintenant reprise en distinguant la représentation d'une situation mettant en jeu un changement de type temporel, et la représentation d'un changement de type procédural.

GRAPHE 3 Représentation temporelle active.

On retrouve là les mêmes résultats que précédemment. La représentation statique-objet se retrouve davantage dans ce cas (changement de type temporel) chez les enfants de 1ère année et chez les enfants non-reconstructeurs. Ce comportement est stable puisque associé également à une représentation statique-objet dans le cas du changement procédural et à un discours descriptif-objet.

Une représentation par contre dynamique-descriptive (illustration de l'état initial, final) se retrouve davantage chez les enfants de 2e année et chez les enfants reconstructeurs.

GRAPHE 4 Représentation procédurale active.

Nous obtenons là encore les mêmes résultats relativement aux enfants qui produisent une représentation statique primitive (statique-objet).

Les enfants qui produisent à l'opposé une représentation statique état ou dynamique (action en cours ou recours à des codes symboliques) se retrouvent davantage en 2e année et chez les enfants reconstructeurs.

Le **GRAPHE 5** résume toute l'information précédente dans un seul graphique où toutes les variables (sauf niveau) sont cette fois-ci actives.

Ainsi, la non-reconstruction du changement dans les problèmes est associée à une représentation statique primitive de celui-ci (dans les dessins) et à un discours descriptif également très primitif. Celui-ci se retrouve surtout en 1ère année.

La reconstruction du changement est elle davantage associée à une représentation dynamique (dans les dessins). Aucun lien ne peut toutefois être établi ici avec le discours de l'enfant à propos d'une représentation externe fournie a priori.

III. Représentations développées par les enfants (6 à 12 ans) pour illustrer le changement dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques

Dans cette étude, nous cherchons avant tout à mieux comprendre quelles sont les représentations externes que les enfants développent pour illustrer le changement dans un contexte cette fois de résolution de problèmes impliquant les concepts de transformation et déplacement, et à répertorier les codes et conventions graphiques qu'ils utilisent pour recréer le dynamisme de celui-ci.

Nos recherches antérieures (Bednarz et Janvier, 1983, 1985, 1987) nous ont révélé en effet, que d'une part les enfants ont d'importantes difficultés dans les situations-problèmes impliquant la reconstruction d'un changement, et d'autre part qu'ils ne perçoivent nullement le dynamisme dans les représentations tirées des manuels qui cherchent à recréer celui-ci via des codes et conventions graphiques. Nous nous sommes alors interrogées sur le type de représentation que les enfants développent spontanément pour illustrer le changement et sur la façon dont cette représentation du dynamisme évolue d'un niveau scolaire à l'autre. Par le biais de l'analyse de ces représentations externes, nous cherchons aussi à mieux comprendre les "modèles implicites" qui gèrent leur action à l'intérieur de situations-problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement.

L'étude décrite précédemment, portant sur les représentations développées par les jeunes enfants (6-7 ans) pour illustrer une situation mettant en jeu un **changement qualitatif**, a mis en évidence une richesse de codes et conventions graphiques utilisés pour recréer le dynamisme du changement – en comparaison des codes standard utilisés dans l'enseignement. Elle a permis aussi de faire ressortir une typologie des représentations comprenant quatre grandes classes de représentation: représentation statique plus ou moins primitive, représentation descriptive du changement faisant appel à des codes dérivant directement de la situation, représentation d'un déroulement temporel et représentation davantage schématique, les trois dernières classes illustrant un certain dynamisme du changement (cf. section II.2). L'analyse précédente montre de plus une évolution déjà perceptible d'un niveau scolaire à l'autre dans la représentation du dynamisme. Des distinctions se font par ailleurs sentir par rapport à l'illustration d'un changement de type temporel et de type procédural. D'un contexte de changement qualitatif, nous nous orientons maintenant vers un contexte cette fois de résolution de problèmes arithmétiques, pour lesquels la typologie mise au point précédemment servira de cadre d'analyse aux dessins alors produits par les enfants pour illustrer le changement.

Dans le cadre de cette étude développementale (6 à 12 ans), une banque de problèmes plus ou moins complexes, impliquant les signifiés dynamiques de transformation, déplacement, fut élaborée et soumise à 180 enfants du primaire (deux classes par niveau) de la 1ère à la 6e année, sous forme écrite (cf. annexe 2). Notre analyse porte ici, dans un premier temps, sur les problèmes de type 2, impliquant un changement simple, qui se rapprochent le plus des situations qualitatives analysées précédemment. Certains de ces problèmes ont été expérimentés à différents niveaux (cf. annexe 2). Relativement faciles pour les enfants plus âgés, ils nous permettent néanmoins de suivre l'évolution de la représentation du dynamisme chez les enfants de la 1ère à la 6e année.

1. Analyse des représentations produites en fonction de l'âge des enfants et des différents types de problèmes présentés

Parmi les problèmes présentés, deux d'entre eux nous semblent plus particulièrement instructifs selon une perspective développementale: le problème **d** ("Les blocs") de type procédural et le problème **g** ("Le pied de Benoit") de type temporel (cf. annexe 2), mettant en jeu tous deux la reconstruction d'une transformation. Les résultats obtenus à ces problèmes sont présentés sous forme d'histogramme (cf. figures 7 et 8).

Problème d: "Les blocs" (de type procédural)

Ce problème fut présenté aux élèves de 1ère, 2e, 3e et 4e années. Un premier coup d'oeil à la figure 7 nous révèle un certain pourcentage de représentation dynamique, majoritairement de type descriptif (illustration d'une action en cours avec recours à des codes de déséquilibre). Néanmoins, ce pourcentage de représentation dynamique s'avère légèrement supérieur chez les sujets de 3e et 4e années (respectivement 23% et 22%). Une analyse par niveau plus détaillée nous fait mieux comprendre l'évolution dans le type de représentation développée par les élèves pour illustrer le changement dans ce contexte.

1ère année

En 1ère année, 57% des enfants ont une représentation statique (50% statique-état), pourcentage qui s'avère être le plus élevé dans cette catégorie de tous les niveaux. D'un autre côté, ces élèves sont aussi ceux qui ont le pourcentage le plus faible dans les catégories que l'on peut grouper sous le thème "aucune représentation" (rien, ou dessin opératoire à des fins de calcul), soit 27%. Dans la représentation du dynamisme, 17% des élèves y figurent, dont 15% font état d'une représentation descriptive du changement. Fait intéressant lorsque l'analyse déborde le cadre de l'histogramme proposé, il appert que de ce pourcentage 9% des élèves utilisent des codes où apparaissent l'état initial et l'état final avec parfois changement de grandeur et/ou action en cours. Le pourcentage restant, soit 6%, se voit attribuer les codes faisant appel uniquement à une action en cours. En ce qui a trait aux représentations plus schématiques, seulement 2% de ces élèves utilisent ce type de codes (ici symboliques) propres à cette classe de représentations.

Une analyse comparative avec les données fournies lors de l'analyse précédente (portant sur la représentation d'un changement qualitatif de type procédural, à savoir dans le contexte du problème des "cartes") permet d'établir un parallèle entre les différents résultats. Ainsi, 89% des enfants de 1ère année avaient une représentation statique ou ne donnaient aucune illustration de la situation impliquant un changement qualitatif de type procédural, comparativement à 84% des élèves pour le problème **d** qui nous intéresse ici.

On retrouve donc à ce niveau des résultats tout à fait semblables. Il est à noter toutefois qu'une nouvelle catégorie, à savoir "dessin opératoire", vient se joindre à la catégorie globale "aucune représentation" dans un contexte de résolution de problèmes arithmétiques; ces illustrations ne sont en fait qu'un support instrumental au comptage et ne représentent nullement les relations entre les données du problème. Ainsi, dans un contexte de résolution de problèmes, on voit apparaître un phénomène nouveau lié en quelque sorte au "contrat didactique" du problème: fournir une réponse numérique. Les enfants auront alors moins recours à l'illustration de la situation, telle que démandée, mais produiront une opération, un calcul ou un dessin de type opératoire.

Évolution dans le type de représentation en fonction du niveau scolaire au problème d (Blocs) / type 2 - procédural

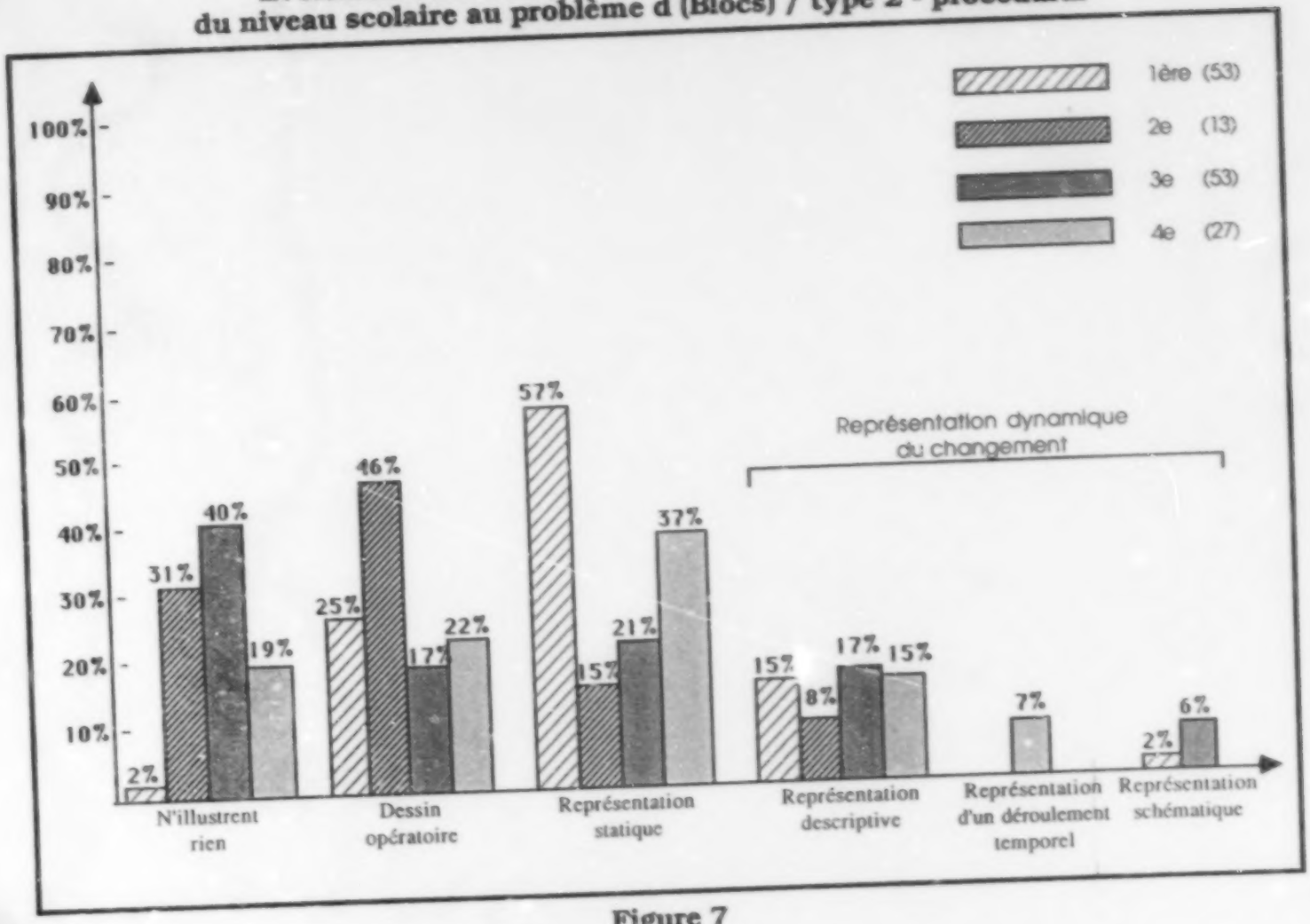


Figure 7

Enfin, les représentations dynamiques (17%) produites à ce niveau rejoignent ce qui était obtenu dans le cas de la situation qualitative des cartes (11%), et sont majoritairement descriptives de la situation. Une analyse détaillée nous révélait en effet que 8% des élèves donnaient une telle représentation au changement qualitatif, et seulement 3% fournissaient une représentation plus schématique, pourcentage identique presque aux 2% relevés au problème **d**.

2e année

Chez les enfants de 2e année, une très forte tendance à la production de dessins opératoires semble s'imposer, phénomène explicable en partie par le curriculum scolaire mathématique qui insiste sur la maîtrise d'opérations et de calculs de base à ce niveau scolaire. Ainsi, 46% des élèves se retrouvent dans cette catégorie, pourcentage le plus élevé de tous les groupes. Au total, 77% des enfants n'offrent aucune représentation de la situation, nous laissant peu d'indices sur les représentations externes dont ils sont capables. Le contrat didactique amené par la situation-problème court-circuite donc à ce niveau le processus de représentation externe.

Malgré tout, nous pouvons tirer quelques informations utiles à partir des représentations fournies. Ainsi, 15% des enfants qui produisent une représentation offrent alors une représentation statique (état) et 8% d'entre eux ont une représentation dynamique, uniquement descriptive de la situation (E_i E_f avec action en cours).

Un bref retour aux résultats obtenus par les élèves de 2e année, lors de l'illustration d'un changement qualitatif de type procédural, nous démontre que 63% de ces sujets ne donnaient aucune représentation ou encore offraient une représentation statique de la situation. Au problème **d**, maintenant 46% des élèves se retrouvent dans cette catégorie; par contre, nous devons y ajouter les 46% des enfants ayant un dessin de type opératoire (n'offrant donc aucune représentation de la situation). Ainsi, au total, cette catégorie regroupe 92% des élèves. En conséquence, il est permis de penser que le caractère arithmétique propre aux problèmes utilisés pour la présente étude développementale induit davantage les enfants à utiliser les dessins opératoires, sans se rend nullement compte de leur représentation du changement.

Concernant les représentations dynamiques produites à ce niveau, nous observons une plus grande variété dans les codes utilisés pour illustrer le changement lorsque la situation est de type qualitatif. Ainsi, dans la figure 2 (histogramme des représentations développées à propos d'un changement procédural de type qualitatif) figurent 24% de représentations descriptives. Ceci inclut 4% de représentations axées sur l'état initial et l'état final de la situation (état initial final avec codes de déséquilibre, changement de position) et 20% où nous retrouvons d'autres codes descriptifs tels la répétition de l'agent (avec codes de déséquilibre et changement de position). Au problème **d**, les représentations descriptives reposent essentiellement sur l'illustration des états initial, final. Ce phénomène nous suggère là encore que la situation-problème vient en quelque sorte contrecarrer à ce niveau la richesse de la représentation produite. La représentation dans un contexte de problèmes apparaît davantage dénudée.

Finalement, alors qu'au problème **d** aucun enfant n'avait fourni de représentation schématique de la situation, ni même de succession d'états, dans l'illustration du changement qualitatif nous retrouvons une plus grande richesse de représentations et codes utilisés. Ainsi, 4% des enfants y illustraient une succession d'états, 2% utilisaient des codes symboliques dans le cadre d'une illustration des états initial et final ou d'une répétition de l'agent, et 7% s'en tenaient uniquement à des codes symboliques.

3e année

Majoritairement, les élèves de ce niveau n'offrent aucune représentation de la situation (57% n'illustrent rien ou produisent un dessin de type opératoire). Les représentations statiques sont produites par 21% des sujets (dont 13% statique état) et les représentations dynamiques par 23% des enfants. Nous voyons donc apparaître une augmentation dans le nombre de représentations du changement à ce niveau. Ce type de représentation reste toutefois très descriptif de la situation (17% des enfants sont là, avec des codes dérivés de la situation impliquant soit l'illustration de l'état initial, final - avec changement de grandeur - (15%), soit une action en cours (2%). Seulement 6% des élèves auront recours à des codes symboliques (dont un d'entre eux dans une représentation de type état initial, final). On constate tout de même une augmentation dans le recours à ces codes par rapport aux niveaux précédents.

4e année

En 4e année, 41% des élèves ne produisent aucune représentation de la situation. La différence toutefois entre le pourcentage obtenu à ce niveau et celui indiqué en 3e année (57%) se déplace vers des représentations statiques: 37% des élèves donnent une telle représentation de la situation, dont 33% sont de type état. Au niveau des représentations dynamiques, il y a peu de différence entre les deux niveaux scolaires 3e et 4e années. On y retrouve respectivement 23% et 22% des enfants. De manière plus détaillée, en 4e année 15% des enfants ont une représentation descriptive impliquant le recours à des codes dérivant de la situation état initial final (avec parfois action en cours). À ce niveau seulement, nous retrouvons des enfants (7%) qui fournissent une représentation d'un déroulement temporel du type succession d'états (parfois avec également illustration d'une action en cours).

Les résultats précédents confirment (les mêmes résultats se retrouvent en 1ère année) et enrichissent ceux obtenus en 1ère, 2e années dans le cadre d'une situation mettant en jeu un changement qualitatif de type procédural. Le contexte de problèmes court-circuite chez les enfants très jeunes le processus de représentation de la situation, et l'on voit apparaître en 2e année un mode essentiellement opératoire (recours au calcul, à l'opération et à un dessin de type opératoire). Ainsi, dans l'ensemble des autres problèmes de type 2, procédural, présentés en 2e année (blocs, billes... cf. annexe 2), peu de représentations de la situation sont produites. La représentation par ailleurs développée pour illustrer la situation de changement apparaît moins riche que dans le cas de la situation qualitative. D'un niveau scolaire à l'autre, la représentation évolue d'une représentation majoritairement statique (en 1ère année) à une représentation davantage dynamique, majoritairement descriptive au départ. Au fur et à mesure que le niveau scolaire change, on voit toutefois apparaître une représentation plus schématique.

Problème g: "Le pied de Benoit (de type temporel)

Le problème du pied de Benoit (cf. annexe 2) fut présenté aux élèves de 2e, 3e et 5e années. Problème de type temporel, les résultats obtenus sont tout autres que ceux discutés au problème **d**. De prime abord, la figure 8 nous révèle qu'aucun enfant aux différents niveaux scolaires n'a utilisé une succession d'états pour illustrer ce problème, ou encore des codes plus schématiques (codes symboliques, codes de bande dessinée). Une analyse plus détaillée par niveau nous fait voir ce que les enfants ont cherché à reproduire.

2e année

À ce niveau, les enfants ont majoritairemen (50%) une représentation dynamique descriptive de la situation. Nous retrouvons donc ici davantage de représentations que dans le cas du problème des blocs de type procédural. Plus spécifiquement, 6% d'entre eux ont recours à une répétition de l'objet transformé, alors que 44% représentent un état initial et final de la situation avec codes descriptifs issus de la situation tels changement de grandeur, code de superposabilité.

Les dessins opératoires semblent, même s'ils apparaissent en moins grand nombre, encore jouir d'une certaine faveur parmi ces élèves. Ainsi, 38% d'entre eux utilisent ce type de dessin, pourcentage le plus élevé dans cette catégorie. Au total, 51% des enfants de ce niveau ne produisent aucune représentation de la situation. Nous n'y retrouvons pour ce type de problème aucune représentation statique.

L'illustration d'une situation-problème de type temporel apparaît donc plus aisée que celle d'une situation-problème de type procédural.

3e année

En troisième année, les enfants ne produisent aucune représentation de la situation (68%). Un très faible pourcentage d'entre eux (2%) ont une représentation statique-objet très rudimentaire. D'autres élèves (30%) illustrent le changement avec une représentation descriptive essentiellement de type état initial, final (avec changement de grandeur et code de superposabilité parfois).

5e année

Fait saisissant à ce niveau, 79% des élèves sont dans la catégorie n'illustrant "rien", n'écrivant que la réponse. Ce phénomène se reproduira pour presque tous les problèmes présentés en 5e année (sauf peut-être ceux du type 2, température et durée du jour non traités ici). Les enfants à ce niveau n'ont pas, semble-t-il, tenu compte de la consigne qui leur était donnée de représenter le problème. Il faut donc se garder de tirer des conclusions pour ce niveau.

Au total, 83% des enfants n'ont ici aucune représentation de la situation. Nous ne retrouvons plus que 18% des élèves ayant une représentation dynamique descriptive (de type état initial, final). Il est à noter que seulement 16 enfants en 2e année se sont vus présenter ce problème, et 28 élèves en 5e année. Ainsi, une différence de seulement 3 sujets (8 en 2e année et 5 en 5e année) fait passer le pourcentage dans les représentations descriptives de 50% en 2e année à 18% en 5e année!

Ces résultats semblent nous indiquer, avec ceux conduits précédemment dans le cas des situations qualitatives, que la représentation d'un changement de type temporel est plus aisée que celle d'un changement de type procédural. Les différentes situations présentées ne semblent pas non plus susciter le même type de représentation. Quels sont les différents types de représentations produites dans ces différents cas, et les codes utilisés?

Évolution dans le type de représentation en fonction du niveau scolaire au problème g (Pied de Benoît) / type 2 - temporel

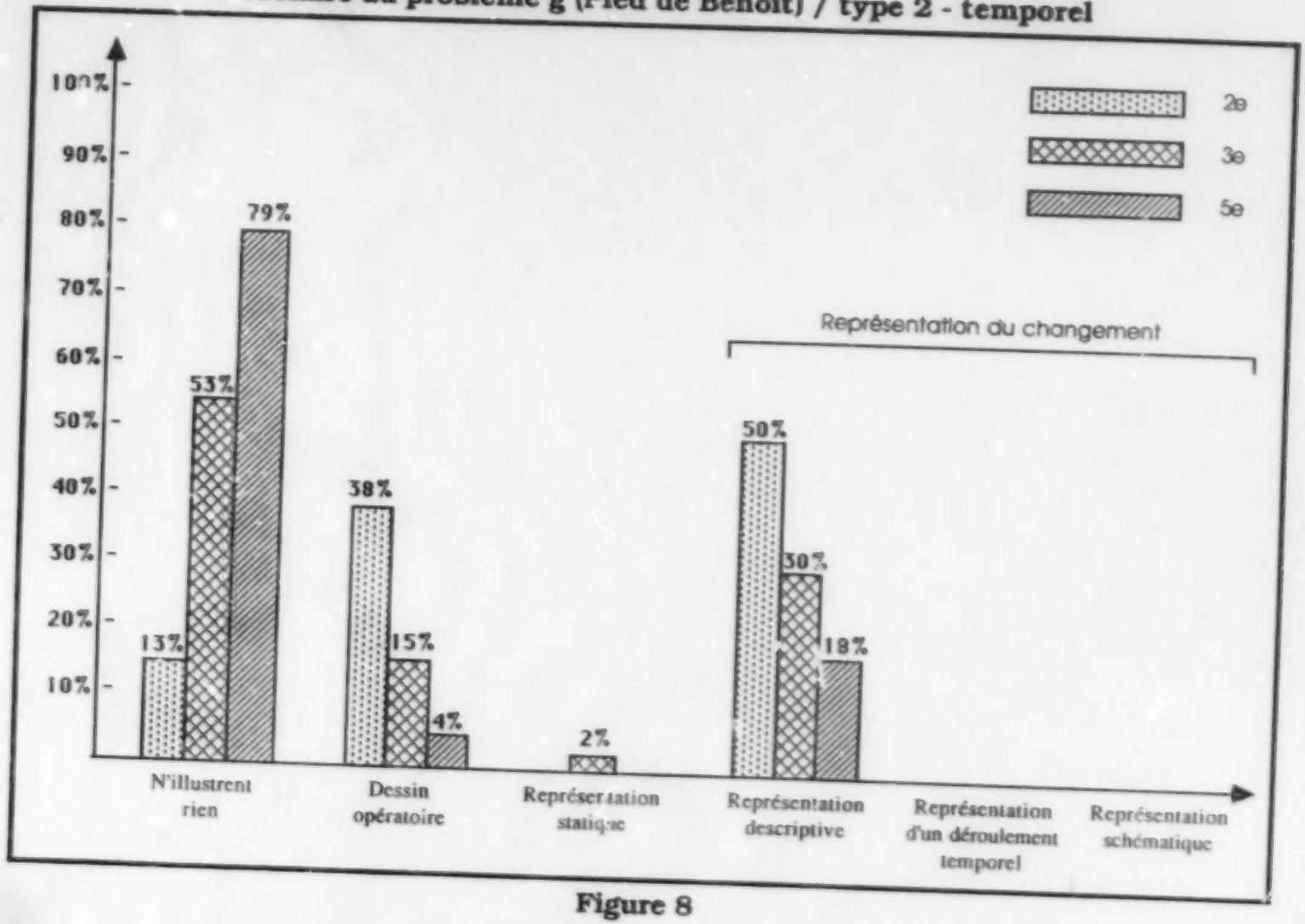


Figure 8

2. Explicitation des représentations produites. Répertoire des codes utilisés pour illustrer le changement en fonction du type de problème présenté.

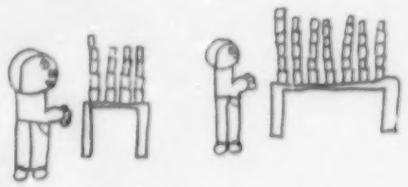
Dans la section précédente, nous avons fait état des différents codes utilisés pour illustrer la situation-problème de type procédural (problème **d**), ainsi que celle de type temporel (problème **g**). Il nous semble opportun de présenter maintenant lesdits codes en les étayant avec des exemples de dessins d'enfants.

Problème d (les blocs, cf. annexe 2)

En 1ère année

La représentation majoritairement utilisée est une représentation statique-état avec **implication de l'agent.**

Nous retrouvons toutefois quelques représentations du changement, avant tout descriptives. Majoritairement, les enfants illustrent un état initial, final (avec ici présence de l'agent de transformation).



ou représentent une action en cours (avec ici implication de l'agent de transformation).

En 2e année

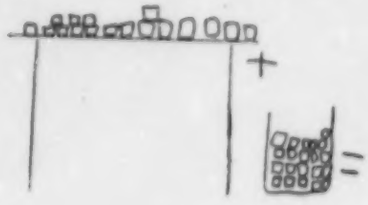
Peu de représentations sont en général produites. Le problème suscite avant tout un mode de résolution opératoire et, dans cette perspective, un dessin à des fins de calcul (exemple: bâtonnets).

Lorsqu'il y a représentation, celle-ci est encore majoritairement statique-état (avec ici implication de l'agent).

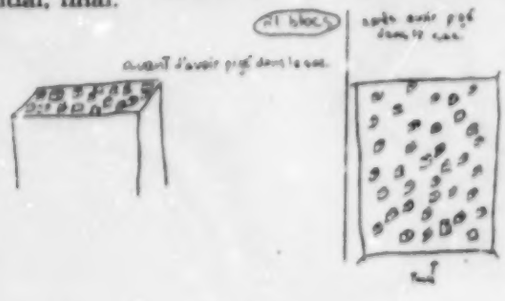
Nous retrouvons également quelques représentations descriptives de type état initial, état final.

En 3e année

La représentation statique se retrouve encore, même si moins fréquemment. Ici on retrouve une illustration de l'état initial et du complément.



Les représentations du changement produites sont encore très descriptives, de type illustration de l'état initial, final.

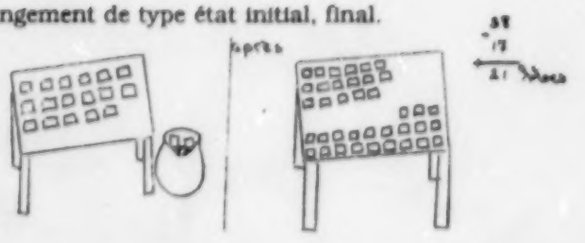


On voit toutefois apparaître des illustrations plus schématiques de la transformation, avec recours à des codes symboliques.

En 4e année

Nous retrouvons le même type de représentation qu'en 3e année. Ici statique-état (illustration de l'état initial et du complément).

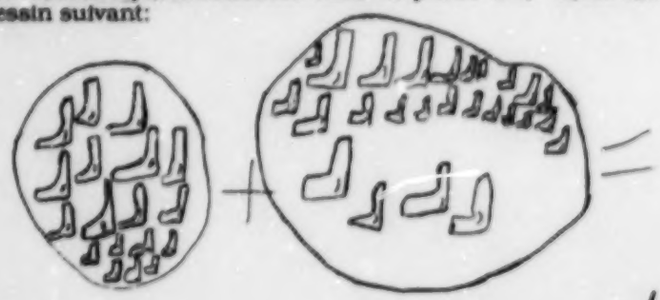
Illustration ici du changement de type état initial, final.



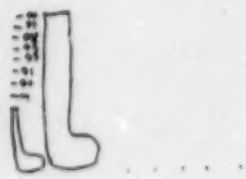
À ce niveau, apparaît de plus l'illustration d'un déroulement temporel avec une succession d'états (et ici illustrée également une action en cours, avec implication de l'agent de transformation). C'est le seul niveau où un tel type de représentation (succession d'états) se retrouve.

Problème g (Pied de Benoit) de type temporel (cf. annexe 2)

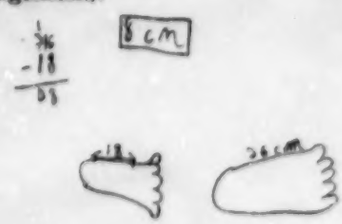
Les enfants de 2e année ont un peu moins tendance ici à avoir recours à un dessin de type opératoire. Toutefois, celui-ci se retrouve également présent. On assiste de plus majoritairement, dans les dessins produits, à une discrétisation des grandeurs continues (tel que déjà annoncé précédemment dans la partie C-I) Il en est ainsi par exemple dans le dessin suivant:



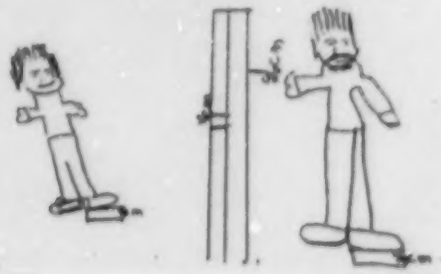
La représentation du changement produite à ce niveau est majoritairement descriptive, de type état initial, état final (avec ici présence d'un code de superposabilité).



La représentation en 3e année est là encore majoritairement descriptive de la situation, de type état initial, état final (avec ici toutefois dans ce dessin présence d'un code symbolique indiquant le changement).



En 5e année, peu d'enfants ont recours au dessin. Les quelques dessins produits illustrent là aussi un état initial, final (avec recours de plus ici à un code externe venant renforcer l'idée de changement: un bonhomme qui grandit).



3. Liens entre les représentations produites et la performance à résoudre les problèmes

Afin de procéder à cette analyse, nous nous sommes centrés sur les sujets de 1ère et 2e années, pour qui les problèmes du type 2 gardent toute leur complexité. Le lien entre leur performance à résoudre de tels problèmes et le type de représentation qu'ils produisent, nous renseigne alors sur les schèmes mentaux qui sous-tendent et modulent leurs actions dans la reconstruction du changement, permettant d'expliciter les difficultés qu'ils rencontrent dans de telles situations. Chez les sujets plus vieux, la relative facilité avec laquelle ils solutionnent ces problèmes ne peut plus nous instruire sur leur processus de représentation des relations entre les données du problème.

1ère année (53 élèves)

À ce niveau, deux problèmes ont été soumis aux élèves: problème **d** (les blocs), problème **c** (les billes), tous deux de type procédural. Le tableau qui suit met en parallèle la performance des enfants à ces problèmes et le type de représentation qu'ils produisent pour illustrer la situation.

Tableau 23

Relation entre la performance aux problèmes d et c et le type de représentation développée à ces problèmes en 1ère année (53 élèves)

Performance / Représentation	Problème d (les blocs)			Problème c (les billes)		
	Échec*	Partiel**	Réussite***	Échec	Partiel	Réussite
Ne représentent pas le changement	25	11	8	24	5	6
Représentation descriptive du changement	7	1		8	3	4
Représentation plus schématique du changement	1			2		1
Total	33	12	8	34	8	11

Au problème **d**, 25 enfants sur 33 (76%) ayant eu un échec (*) à ce problème nous offrent une représentation statique ou n'illustrent rien pour ce même problème. Peu d'enfants ayant eu un échec utilisent une représentation dynamique et, lorsqu'ils le font, celle-ci s'avère davantage descriptive de la situation (7/33 ou 21%); un seul sujet sur 33 utilise des codes plus schématiques.

Chez les sujets ayant démontré une réussite partielle (**), 1 seul d'entre eux offre une représentation descriptive (1/11 ou 9%), les autres élèves ne représentant pas le changement.

Concernant les sujets ayant obtenu une réussite (***) à ce problème, il ne semble exister aucune relation entre leur performance et la représentation qu'ils utilisent.

Au problème **c**, une tendance similaire s'observe chez les sujets dénotant un échec à ce problème. Ainsi, 24 enfants sur 34 (71%) ne représentent pas le changement, alors

que seulement 8 d'entre eux (24%) utilisent une représentation descriptive; seulement 2 sujets (6%) offrent une représentation schématique.

Concernant les sujets démontrant une réussite partielle, 5 sujets sur 8 (63%) ne représentent pas le changement, et 3 élèves (37%) ont une représentation descriptive du changement. Aucune représentation schématique n'apparait chez ces derniers.

Chez les élèves ayant eu une réussite à ce problème, 6 d'entre eux (55%) ne représentent pas le changement; par contre, 4 sujets de ce groupe (36%) ont donné une représentation descriptive, et 1 sujet (9%) une représentation plus schématique.

Ainsi, pour ce problème nous voyons apparaître des représentations du changement chez les sujets ayant eu un échec, une réussite partielle et une pleine réussite de l'ordre respectivement de 29%, 37% et 45%.

Ces différents résultats témoignent d'une relation entre la performance au problème et le type de représentation produite: les enfants ayant obtenu un échec au problème ont peu tendance à illustrer le changement, et lorsqu'ils le font ils utilisent principalement des codes descriptifs de la situation; par contre, ceux ayant réussi le problème représentent davantage le changement. En terminant, nous désirons ajouter que la grosseur des nombres impliqués dans le problème des billes (8-17), comparativement au problème des blocs (17-38), peut expliquer pourquoi - même si tous deux sont de type procédural - le problème c semble plus facile à illustrer dynamiquement pour un enfant de 1ère année.

2e année

Aux enfants de ce niveau, nous avons présenté 4 problèmes du type 2: le problème **d** (les blocs), le problème **c** (les billes), le problème **f** (rangs d'école), trois problèmes de type procédural, et le problème **g** (pied de Benoit) de type temporel. Nous étudierons, dans un premier temps, la relation entre la performance au problème et le type de représentation développée aux problèmes de type procédural (tableau 24), pour ensuite nous pencher sur le problème de type temporel (tableau 25).

Tableau 24

Relation entre la performance aux problèmes d, c, f et le type de représentation développée à ces problèmes en 2e année

Problèmes / Représentation	Problème d (13 enfants)			Problème c (15 enfants)			Problème f (16 enfants)		
	Échec	Partiel	Réussite	Échec	Partiel	Réussite	Échec	Partiel	Réussite
Ne représentent pas le changement	(8)		4	(1)	3	9	(7)		9
Représentation descriptive du changement			1		1	1			
Représentation schématique du changement									
Total	8		5	1	4	10	7		9

Pour les trois problèmes qui nous intéressent ici, tous les enfants, sans exception, ayant subi un échec à ces problèmes, ne représentent pas le changement. Ainsi, chez les élèves de 2e année, les schèmes cognitifs qui modulent leur procédure en résolution de problèmes rendent compte de lacunes similaires dans la représentation externe du changement. Et la représentation externe produite rend compte de leur conceptualisation du changement.

Concernant les réussites partielles et les réussites totales aux problèmes **d** et **e**, un seul enfant dans chacun des cas utilise une représentation descriptive du changement, alors que tous les autres ne représentent pas le changement. Au problème **f**, par contre, peu importe la performance des élèves, aucun d'eux n'illustre le changement. La difficulté à illustrer ces problèmes dans certains cas peut expliciter comme précédemment ces résultats.

Tableau 25

Relation entre la performance au problème g et le type de représentation développée à ce problème en 2e année (16 enfants)

Problème / Représentation	Échec	Partiel	Réussite
Ne représentent pas le changement	(5)		3
Représentation descriptive du changement	2	2	(4)
Représentation schématique du changement			
Total	7	2	7

Parmi les enfants ayant échoué à ce problème, 5 d'entre eux (71%) ne donnent aucune représentation du changement. Ceux qui illustrent le changement (2/7 ou 29%) le font uniquement de façon descriptive. Fait très intéressant pour ce problème de type temporel, pour la première fois nous observons chez les élèves ayant réussi ce problème une majorité (4/7 ou 57%) de représentations descriptives du changement.

Le nombre supérieur de représentations du changement à ce problème est un indice d'une plus grande facilité à illustrer le changement lorsque celui-ci est d'ordre temporel.

IV. Représentations développées par les enfants (6 à 12 ans) pour illustrer une séquence de changements dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques

La présente étude cherche à mettre en évidence, dans une perspective développementale, comment les enfants de 6 à 12 ans modifient d'un niveau scolaire à l'autre leur représentation du dynamisme. Jusqu'ici notre analyse s'est penchée sur les représentations produites dans un contexte de résolution de problèmes mettant en jeu un changement **simple** (voir section III) ou encore un changement de type qualitatif

(voir section II). Or, la typologie des représentations que nous désirons mettre au point ainsi que notre compréhension des schèmes qui modulent les actions des enfants dans la reconstruction du changement - schèmes qui sous-tendent leurs représentations externes - ne saurait être complète sans une étude plus poussée, orientée vers des problèmes beaucoup plus complexes mettant en cause une **séquence de changements**. De tels problèmes, de types 3, 4, 5, 6, 7 et 8 (voir annexe 2), ont été présentés aux enfants de la 1ère à la 6e année, et ont permis de faire ressortir toute la richesse des codes et conventions graphiques qu'ils utilisent alors. Dans la section qui suit, nous procédons à l'analyse successive des représentations apparues pour chacun des types de problèmes mentionnés.

1. L'analyse des représentations produites en fonction de l'âge des enfants et des différents types de problèmes présentés

Problèmes de type 3:
Reconstruction d'un changement à l'intérieur d'une séquence directe

Dans une perspective développementale, le problème *l* (davantage de type procédural) nous semble plus particulièrement instructif, ayant été présenté aux élèves de 2e, 4e et 6e années. Reportons-nous à la figure 9 qui renferme les informations touchant la représentation produite du changement dans ce problème. En effet, un problème de type 3 consiste en un premier changement connu, suivi d'un changement dont l'envergure est cette fois-ci inconnue; l'état ou position finale est donnée à l'enfant. Dans l'analyse des représentations que les élèves peuvent fournir d'une telle situation, il paraît judicieux d'investiguer dans une première étape le type de **représentation du changement** dont ils font état dans leur dessin, pour ensuite porter notre attention sur la **représentation de la séquence** entière.

Ainsi, la figure 9 nous révèle des faits très similaires aux résultats obtenus pour les problèmes de type 2. Les enfants de 1ère année ont une représentation de la situation majoritairement statique (62%). En 2e année, les élèves n'illustrent rien ou ne se servent du support de dessins qu'à des fins opératoires (72%). Un nouveau phénomène apparaît toutefois; contrairement aux problèmes de type 2, où les élèves qui manifestaient une représentation dynamique du changement se servaient principalement de représentations descriptives de la situation, ici ceux qui illustrent dynamiquement se répartissent également entre des représentations descriptives et des représentations davantage schématiques.

Par surcroît, il est très intéressant de constater que les représentations schématiques jouissent d'une certaine faveur auprès des élèves de 4e année, et plus encore chez ceux de 6e année.

Ainsi, les représentations statiques diminuent progressivement chez les élèves de la 1ère à la 4e et 6e années (en 2e année ces informations nous échappent, trop d'enfants ne donnant aucune représentation) au profit d'une augmentation des représentations dynamiques, davantage schématiques chez les enfants plus vieux (les élèves de 4e et 6e années offrent des représentations descriptives en nombre inférieur aux élèves de 1ère année).

Les illustrations d'un déroulement temporel (via une succession d'états), ici tout comme au problème **d** (de type 2), ne rejoignent qu'une infime partie des enfants qui se retrouvent là encore, précisément en 4e année. Ce phénomène nous suggère que l'utilisation d'une telle représentation ne relève que d'un attrait passager rattaché aux bandes dessinées chez quelques enfants, ou peut-être davantage à des situations de type qualitatif.

Évolution dans le type de représentation du changement en fonction du niveau scolaire au problème ℓ (rivière) / type 3 - procédural

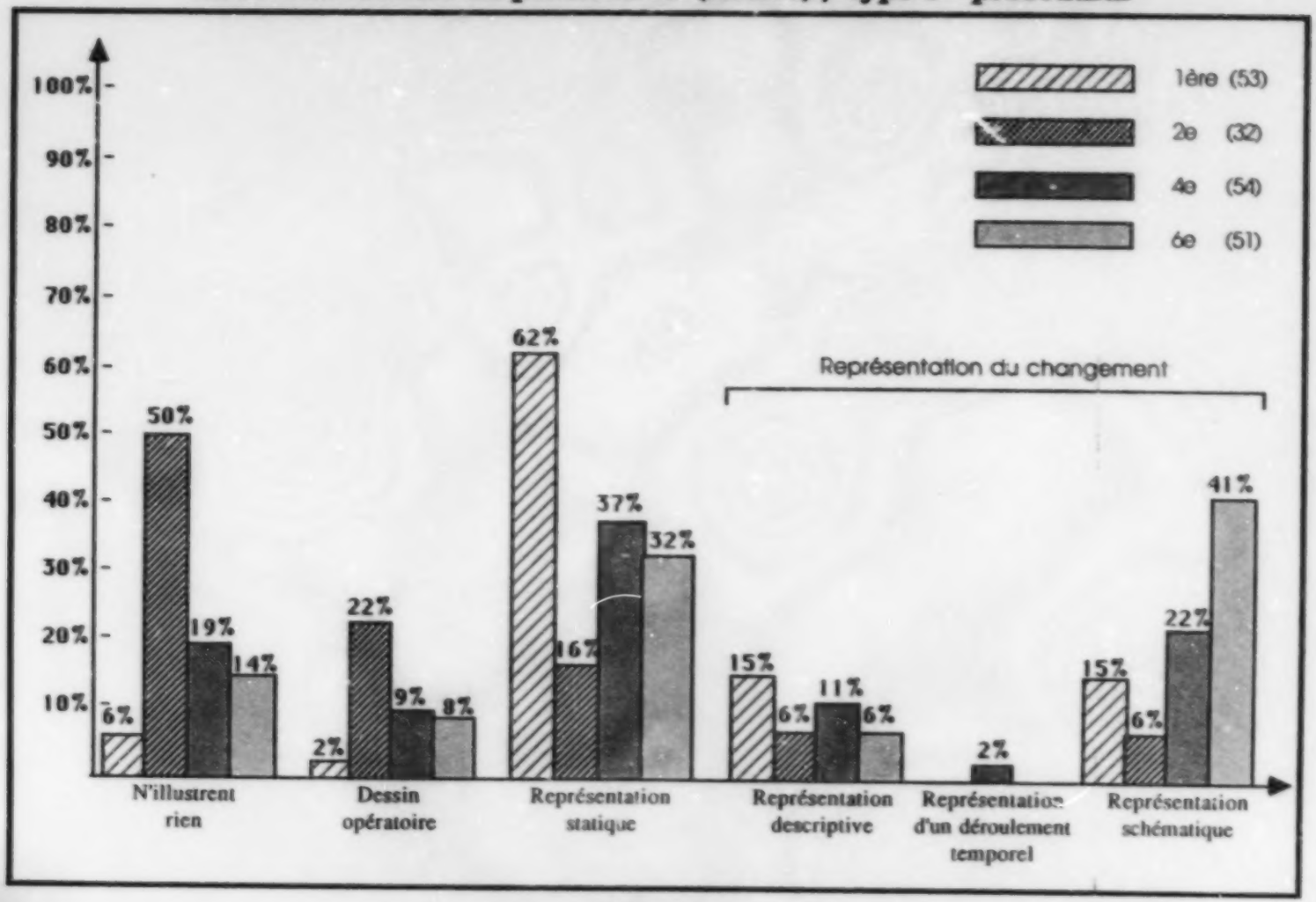


Figure 9

Évolution dans le type de représentation de la séquence en fonction du niveau scolaire au problème 2 / type 3 - procédural

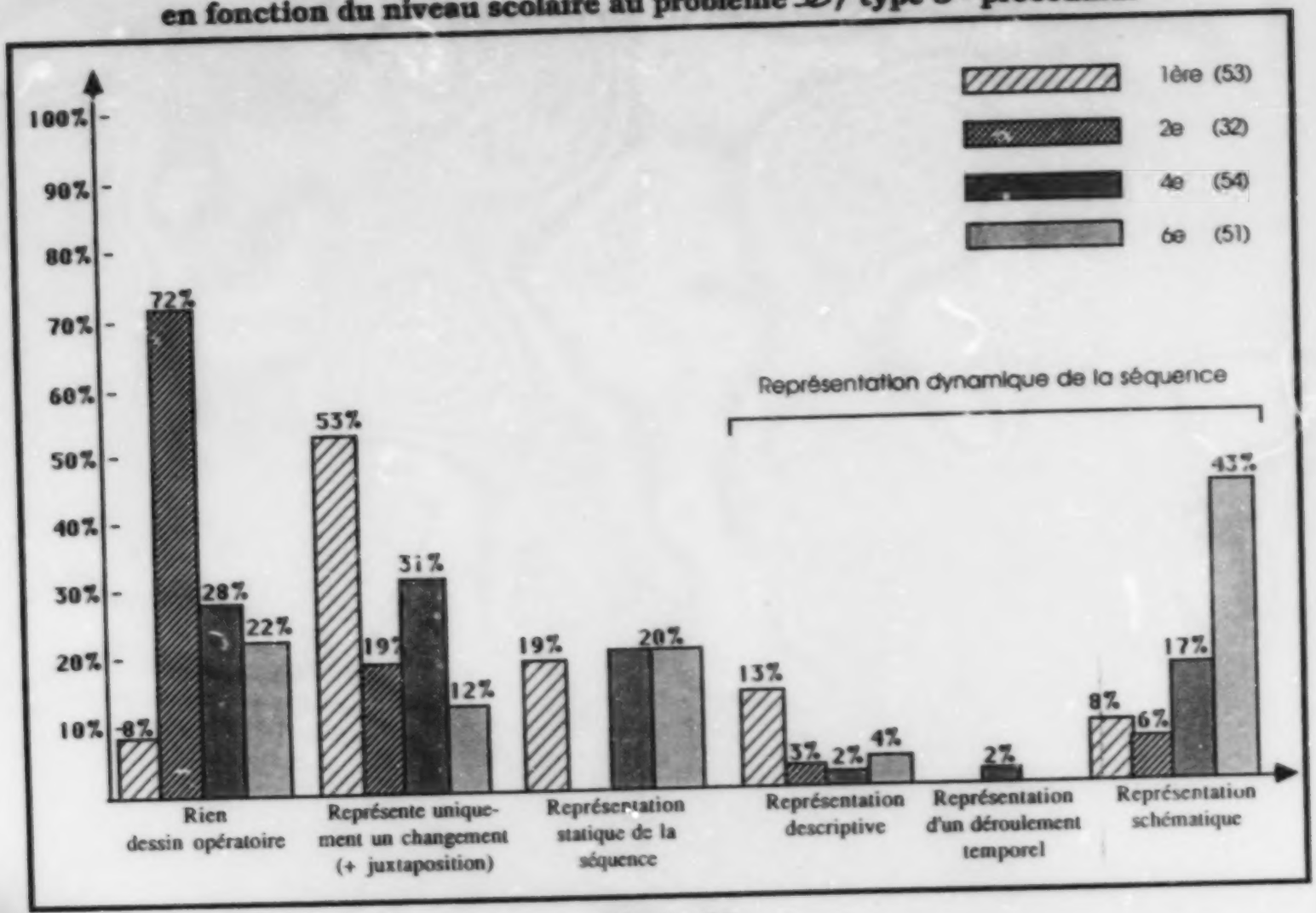


Figure 10

Considérons maintenant les **types de représentations de la séquence** (figure 10). En 1ère année, 40% des enfants illustrent la séquence (dont 21% de façon dynamique); seulement 9% des enfants en 2e année le font, et respectivement 41% et 67% en 4e et 6e années (dont respectivement 21% et 47% de façon dynamique). La grille de décodage utilisée pour la représentation de la séquence apparaît à l'annexe 4. Nous observons un pourcentage comparable de représentations statiques en 1ère, 4e et 6e années (2e année mise à part, en raison du peu d'illustrations fournies par ces élèves). Toutefois, les sujets qui illustrent le dynamisme de la séquence ont en 1ère année davantage une représentation descriptive, alors qu'en 4e et 6e années, ils ont une nette prédilection pour les codes plus schématiques.

Type 4
Reconstruction d'un changement à l'intérieur d'une séquence indirecte (changement initial et résultante allant dans le même sens)

Nous pouvons suivre l'évolution des représentations développées pour ce type de problème à l'aide des illustrations fournies au problème **u** (les billes, de type procédural), par les élèves de 4e et 6e années. De plus, l'étude des représentations apparues au problème **v** (la plate-forme, de type temporel), chez les élèves de 6e année, peut rendre compte de points de comparaison entre les représentations développées pour chacun des deux types de changement.

Le type 4 (voir annexe 2) implique un premier changement décroissant suivi d'un autre inconnu. La résultante est donnée à l'enfant, celle-ci allant dans le même sens que le changement initial. Tout comme les problèmes de type 3, l'étude du présent type doit s'appuyer tout d'abord sur la représentation du changement pour ensuite s'orienter vers la représentation de la séquence. Nous vous référons ainsi aux figures 11 et 12 où nous pouvons suivre respectivement l'évolution dans la représentation du changement et de la séquence.

La lecture de la figure 12 nous révèle que respectivement 55% et 92% des élèves de 4e et 6e années n'ont aucune représentation de la séquence. Tandis que 40% des enfants de 4e année ont une représentation statique du changement (figure 11), aucun élève de 6e année n'adopte ce genre de représentation. Qui plus est, une infime partie des enfants de ces deux groupes a une représentation dynamique du changement; celle-ci s'avère alors essentiellement d'ordre schématique.

L'analyse des représentations développées au problème **v** par les élèves de 6e année nous dévoile un aspect fondamental dans la représentation du changement, compte tenu du type de problème présenté: type procédural versus type temporel. Alors qu'au problème **u**, seulement 8% des élèves offraient une représentation du changement, au problème **v**, 81% d'entre eux nous offrent une telle illustration. Par surcroît, 58% des représentations de ce groupe s'appuient sur des codes schématiques. Ces résultats mettent en évidence les difficultés que rencontrent les élèves dans la représentation d'une transformation de type procédural (problème des billes, ou encore des blocs), opérant sur des quantités discrètes, alors que dans les manuels scolaires c'est principalement ce type de situations que les auteurs cherchent à illustrer de façon dynamique.

L'analyse des représentations produites pour illustrer la séquence (figure 12) semble encore plus révélatrice à ce sujet. Ainsi, en dehors de quelques enfants (7%) en 6e année qui ont utilisé des codes schématiques, tous les autres n'ont donné aucune représentation de la séquence. Par contre, au problème **v**, 35% des élèves de 6e année ont offert une représentation dynamique de la séquence, dont 31% en ayant recours à des codes schématiques. Il est à noter que, peu importe le type de problème ou même le niveau scolaire, la représentation de la séquence semble plus ardue que l'illustration du simple changement.

Évolution dans la représentation du changement en fonction du niveau scolaire aux problèmes u (jetons) et v (plate-forme) type 4 de types procédural et temporel respectivement

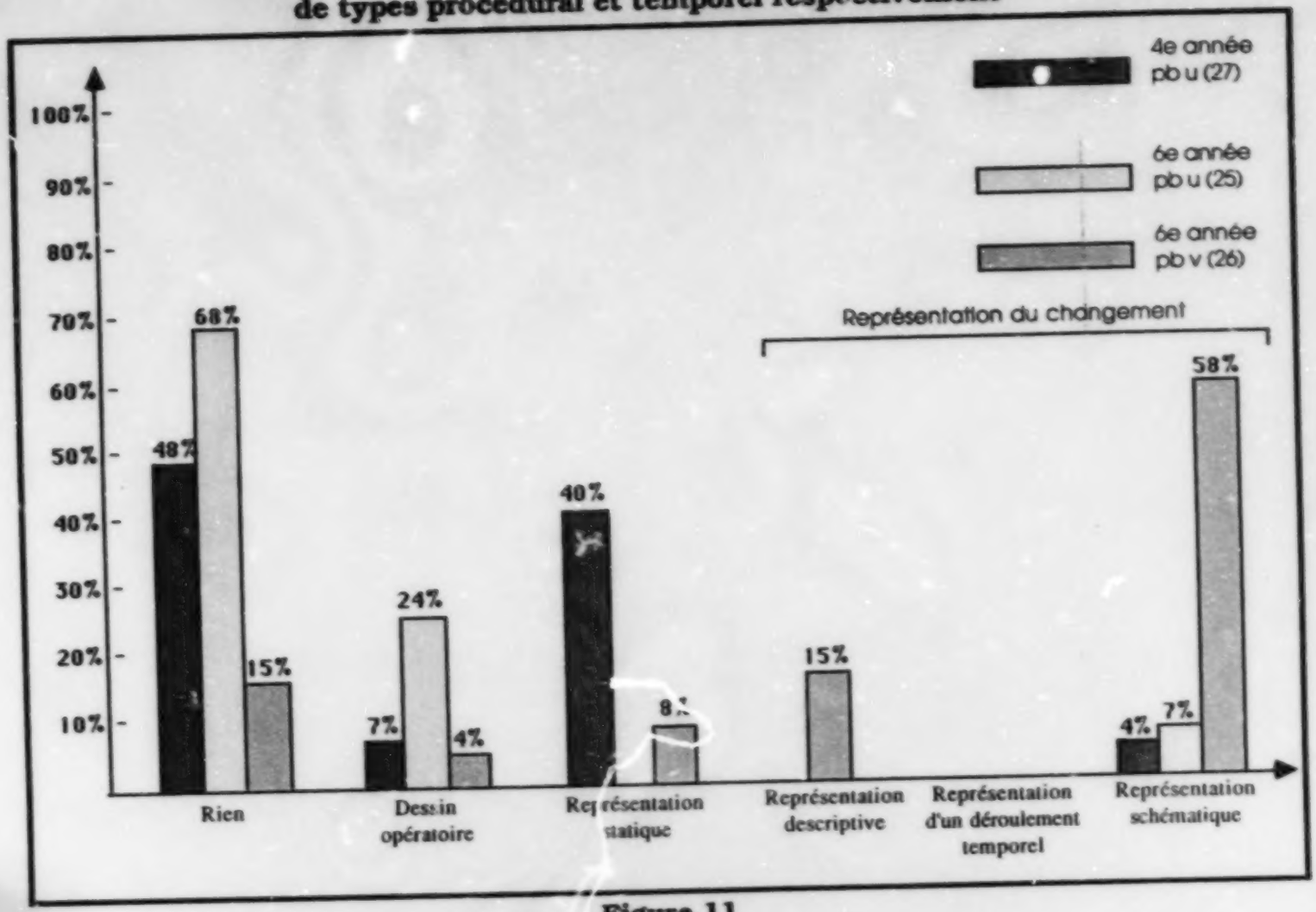


Figure 11

Évolution dans la représentation de la séquence en fonction du niveau scolaire aux problèmes u (jetons) et v (plate-forme) type 4 de types procédural et temporel respectivement

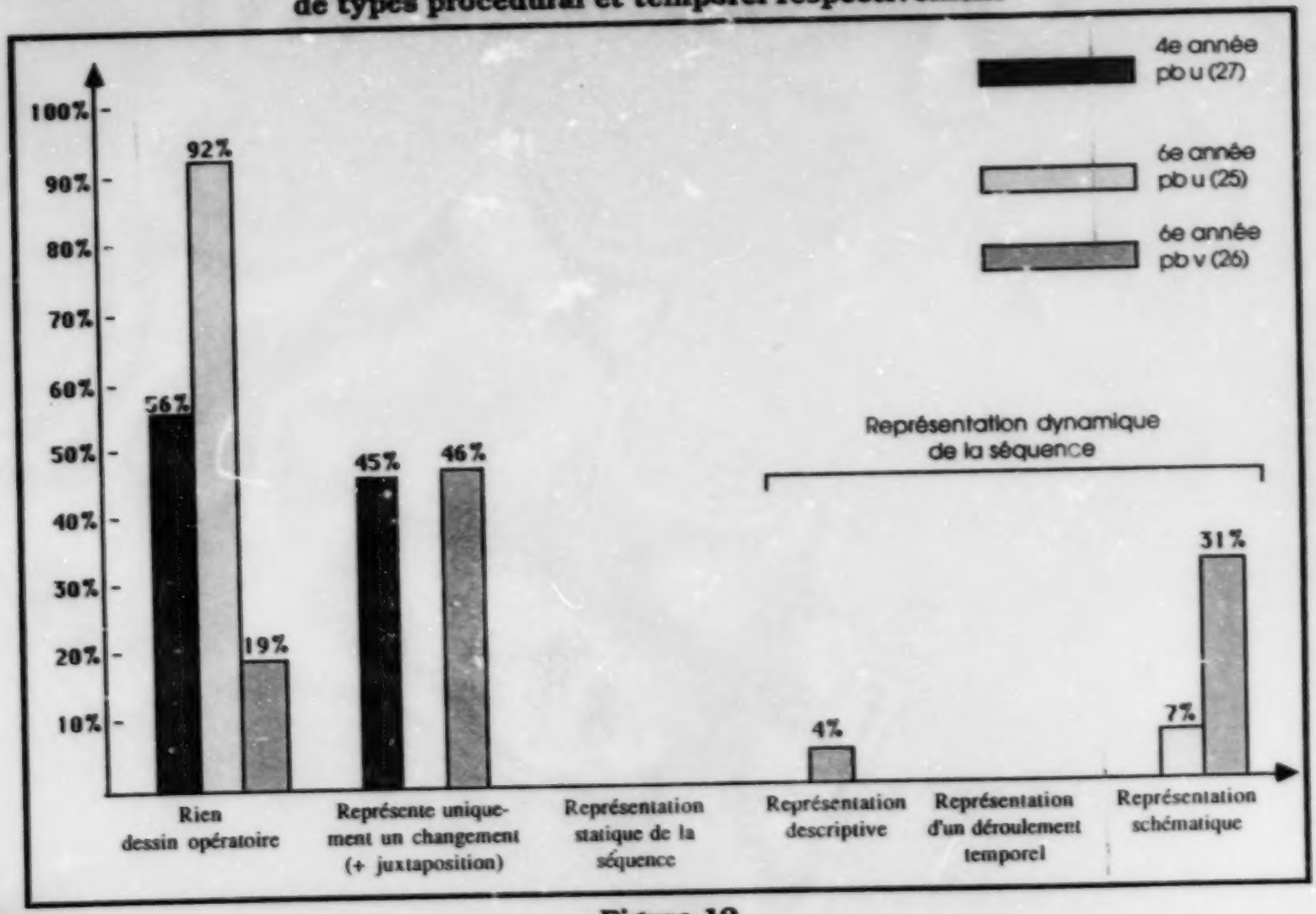


Figure 12

Type 5
Changement à reconstruire à l'intérieur d'une séquence indirecte (résultante dans le sens contraire du premier changement)

Concernant le type 5, un seul niveau scolaire est à l'étude, à savoir la 5e année. D'autre part, deux types de problèmes sont présentés à ce groupe d'élèves: problème **7** (les jetons) de type procédural, et le problème **6** (laveurs de vitres) de type temporel. Ces problèmes impliquent un changement décroissant connu des élèves, suivi d'un autre inconnu. La résultante donnée aux enfants va cette fois dans le sens contraire du changement initial.

Les résultats reportés à la figure 13, nous indiquent que ce type de problème, même si très semblable à ceux du type 4, incite davantage les enfants de ce groupe à ne rien illustrer du problème. Ainsi, que ce soit dans la représentation du changement ou de la séquence, 65% des étudiants ne font absolument rien au problème **6** et, pire encore, 96% ne donnent aucune illustration du problème **7**. Ces informations renforcent les résultats précédents (type 5), et démontrent indubitablement la difficulté supplémentaire que rencontrent les élèves dans la représentation d'un problème de type procédural.

La lecture de cette figure nous révèle également que la séquence semble plus compliquée à illustrer dynamiquement que le simple changement. De plus, que ce soit pour le changement ou la séquence, la représentation schématique intéresse davantage les élèves de ce niveau que les autres types de représentation dynamique.

Type 6
Résultante à trouver

L'unique problème de ce type soumis aux élèves, le problème **t**, est d'ordre procédural. En accord avec les résultats précédents, nous constatons à la lecture de la figure 14 que les élèves de 4e, 5e et 6e années éprouvent d'énormes difficultés à illustrer ce type de problème (qui renferme une séquence indirecte de quatre changements dont nous cherchons la résultante, voir annexe 2). Que ce soit dans l'illustration du changement ou de la séquence, seuls les élèves de 6e année font état d'une représentation dynamique, représentation de type essentiellement schématique.

Type 7
Résultante à trouver / déroulement non-continu

Ici également (figure 15), un seul problème de ce type fut soumis aux étudiants de 4e et 5e années: le problème **r** (tricot) de type temporel (voir annexe 2).

Les élèves de 5e année éprouvent davantage de difficultés à illustrer ce problème comparativement aux élèves de 4e année: 86% d'entre eux ne font tout simplement rien (ce comportement stable d'un problème à l'autre en 5e année ne permet toutefois pas de conclure). Que ce soit dans le cas de la représentation du changement ou de la séquence, très peu d'étudiants développent ici des représentations dynamiques.

Influence du type de problème sur le type de représentaton développée - type 5

5e année

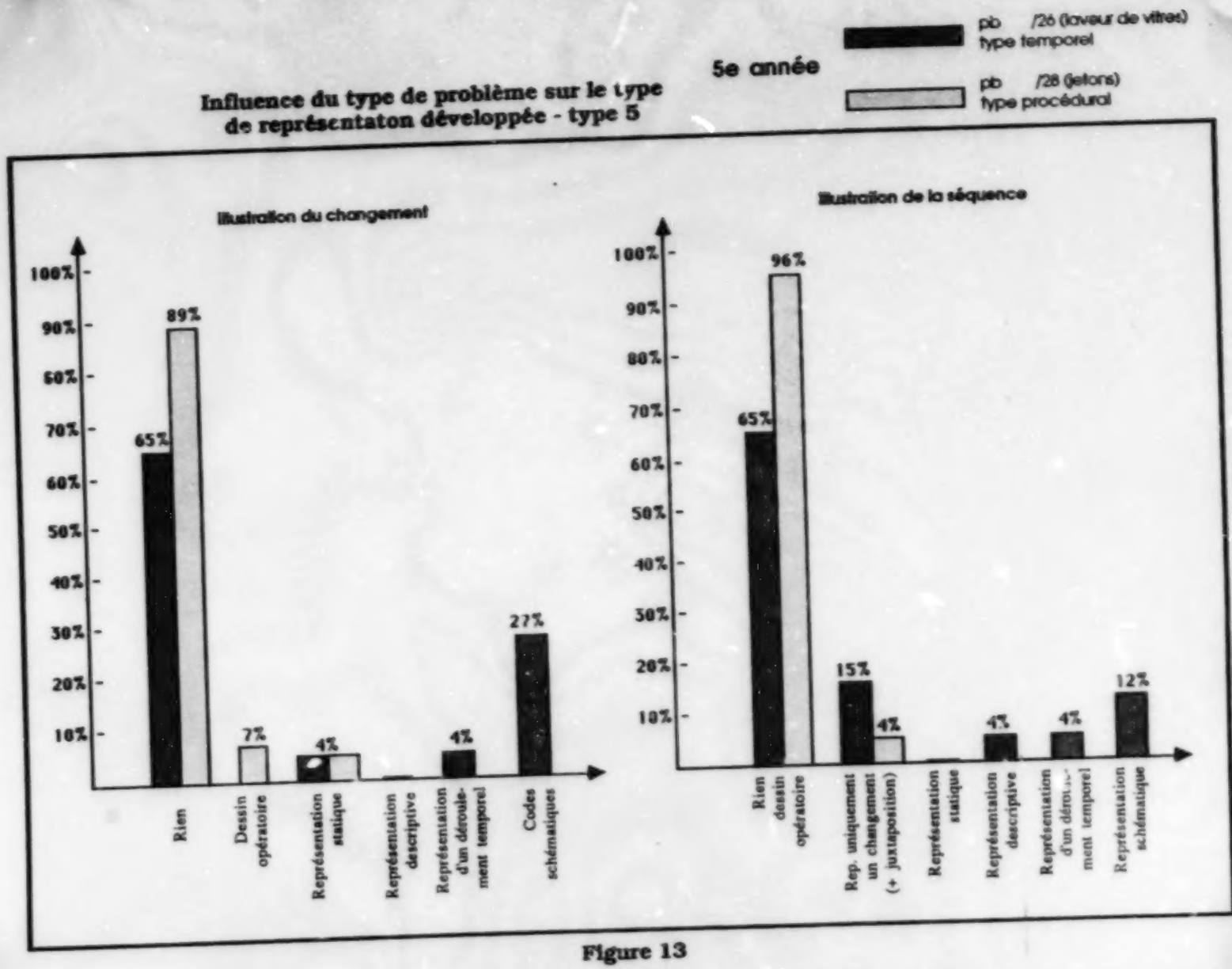


Figure 13

Évolution dans le type de représentation en fonction du niveau scolaire au problème t (billes) / type procédural - type 6

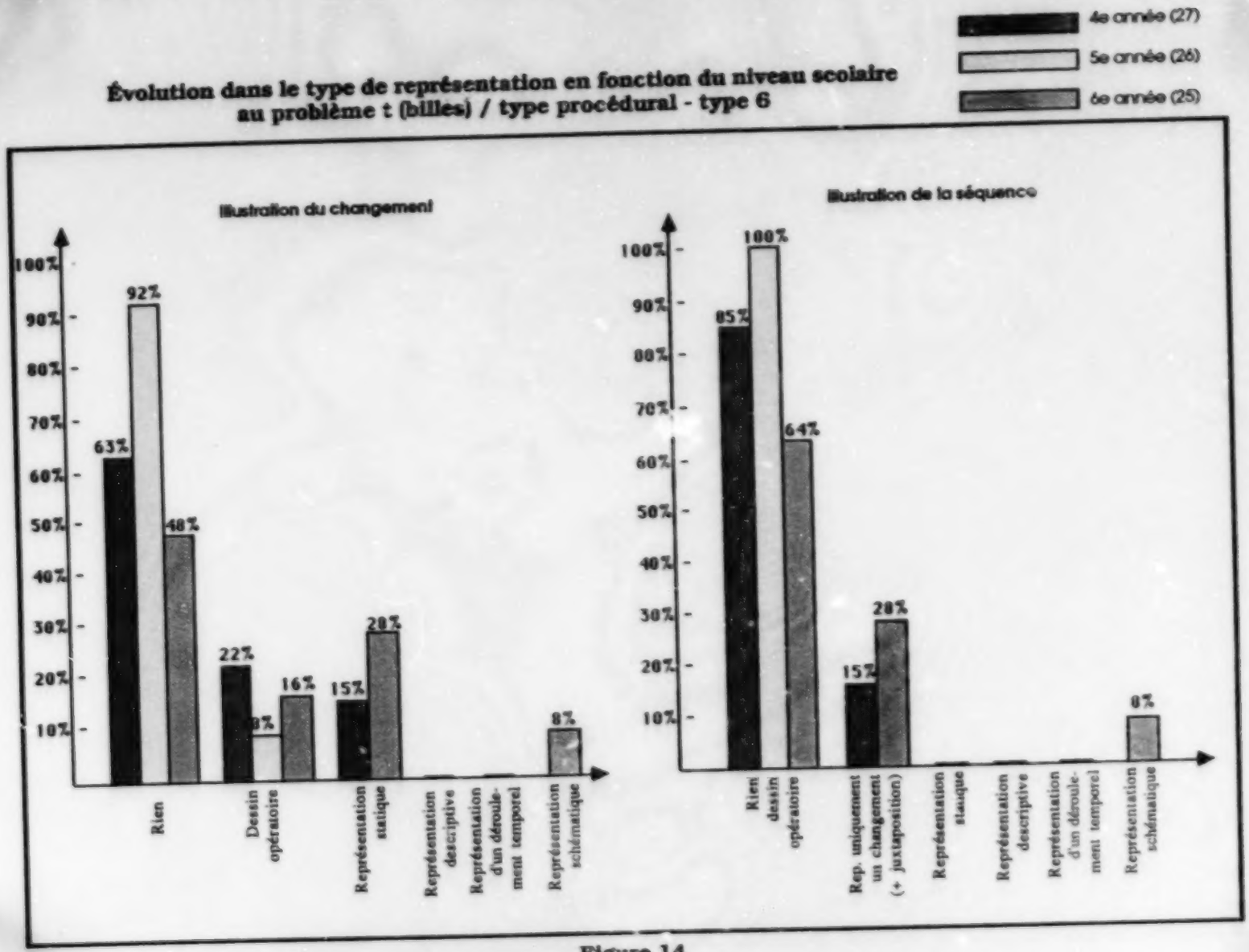


Figure 14

Évolution dans le type de représentation au problème r (tricot) en fonction du niveau scolaire - type 7

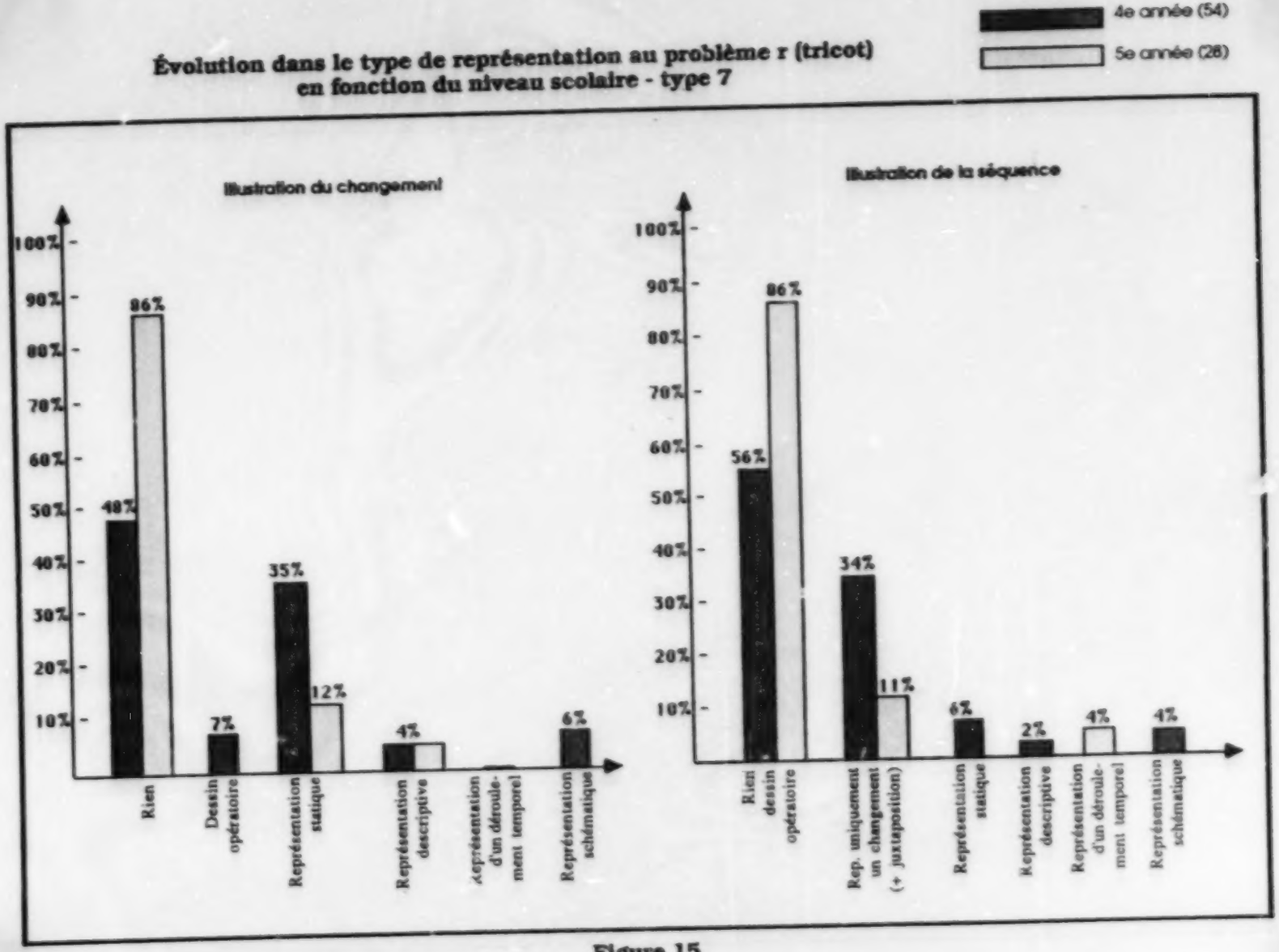


Figure 15

Type 8
Reconstruction de l'état initial / séquence donnée

Dans ce type de problèmes, nous retrouvons le problème **w** (de type temporel), soumis aux élèves de 5e et 6e années. Ce problème implique un premier changement décroissant, suivi d'un changement croissant supérieur. Ces deux changements sont connus du sujet et celui-ci doit retrouver la position initiale (avant le premier changement) à partir d'un point de repère établi relativement à la position finale (voir annexe 2).

Tout comme au problème **r** de type 7, les élèves de 5e année ne nous offrent tout simplement aucune illustration de la situation (voir figure 16); ceci s'avère donc être un trait caractéristique des classes ayant participé à ce niveau à l'expérimentation. D'un autre côté, les élèves de 6e année ont **majoritairement** une représentation dynamique de type schématique, que ce soit pour illustrer le changement ou la séquence entière (respectivement 59% et 53%). Ces résultats permettent ainsi de dresser le profil des étudiants de 6e année; c'est à ce niveau que fusionnent les représentations schématiques, et plus intensément dans un contexte de type temporel.

Ces différents résultats confirment le fait que l'illustration d'un changement de type temporel est plus aisée que celle d'un changement de type procédural. L'illustration d'une séquence apparaît par ailleurs plus complexe que celle d'un changement simple. Les résultats illustrent de plus, à travers codes et représentations utilisés pour illustrer changement et séquence, une évolution d'un niveau scolaire à l'autre dans la représentation du dynamisme.

Évolution dans le type de représentation au problème w en fonction du niveau scolaire - type 8 (état initial à retrouver)

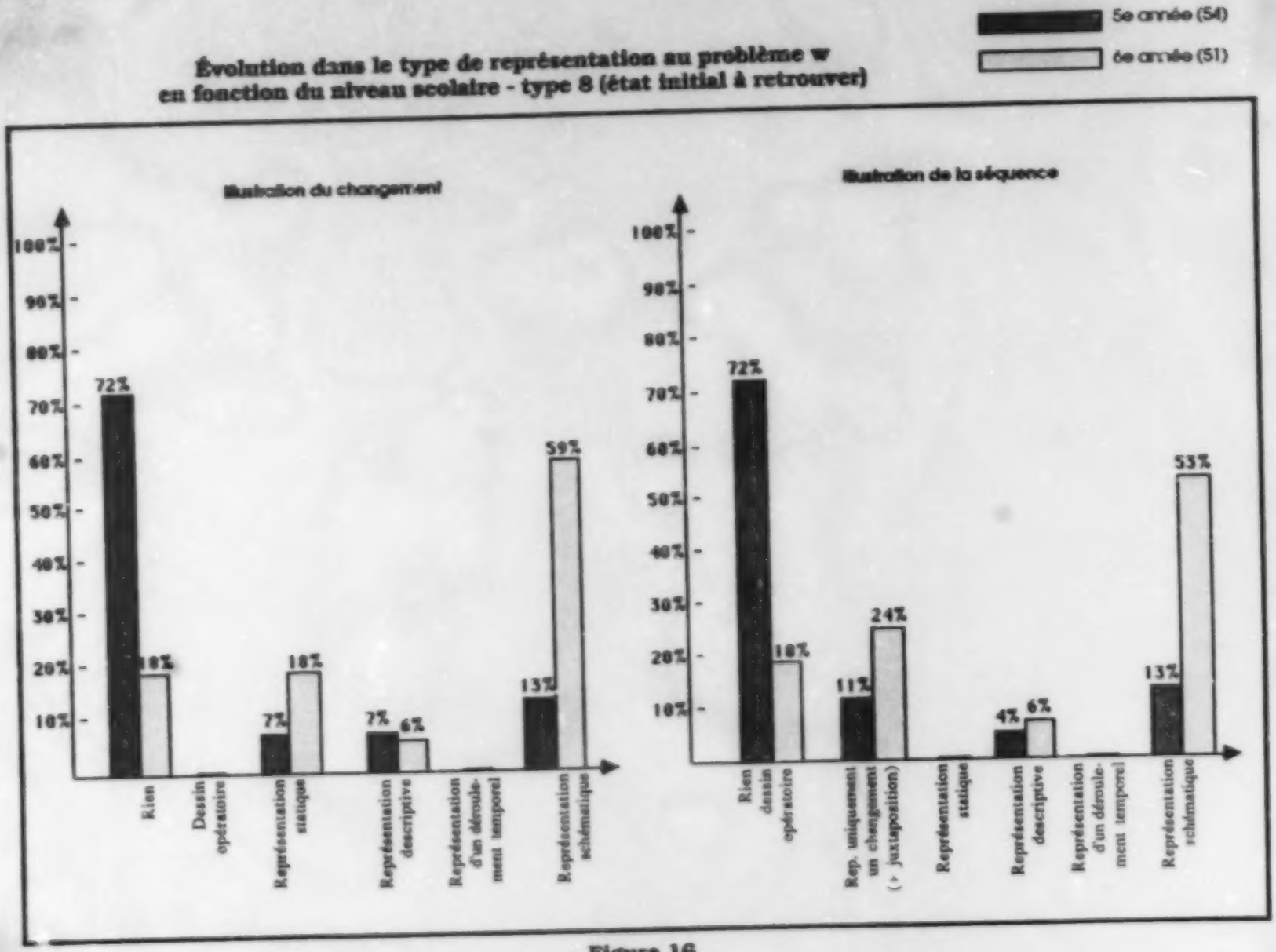


Figure 16

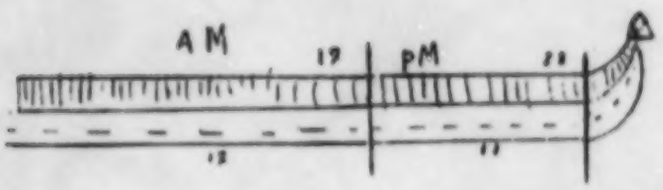
2. Répertoire des codes utilisés pour illustrer une séquence

Il nous paraît pertinent de présenter maintenant les nombreux codes dont nous avons fait mention dans la section précédente. Toute la richesse des codes et conventions graphiques, utilisés **afin d'illustrer cette fois une séquence de changements**, vous apparaîtra tel que leurs auteurs (les enfants) ont bien voulu nous les faire connaître.

Représentation statique de la séquence

Représentation en 5e année statique. La séquence est illustrée par une **inclusion statique** (le premier changement est représenté comme un état inclus dans l'état final).

Jean fait une clôture le long de son chemin. A la fin de l'avant-midi, il a fabriqué 17 mètres et un peu moins qu'un mètre. Le soir, la clôture est terminée. Elle mesure 28 mètres. Quelle longueur de clôture a-t-il fabriqué dans l'après-midi?



28
- 17
11

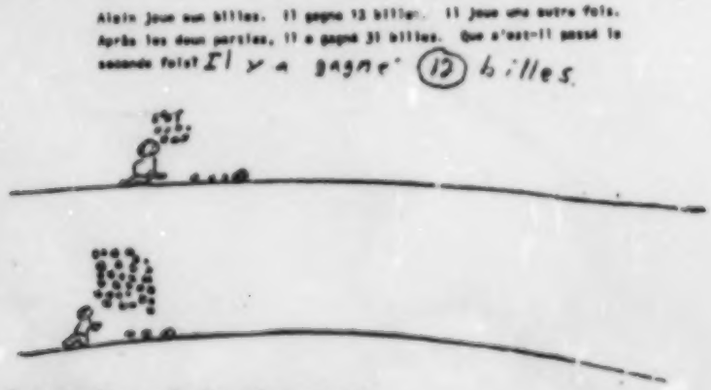
Il a fabriqué 11 mètres de clôture

TOUJOURS MAREPONSE

Ici en **1ère année**, la séquence est représentée aussi par une **inclusion statique** (le premier changement est illustré toutefois de façon dynamique par une action en cours et un code de trajectoire).

Michel veut traverser la rivière sans se mouiller les pieds en sautant sur des roches. Il est sur le bord et saute par-dessus 7 roches. Il saute encore une fois et arrive de l'autre côté. Il a réussi à traverser la rivière en sautant par-dessus 13 roches. Il a sauté par-dessus combien de roches la deuxième fois?

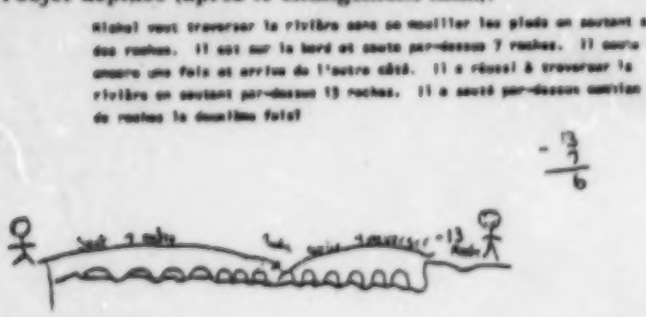
Ici en **3e année**, la séquence est représentée de façon statique par une juxtaposition de l'état initial et final (des codes externes renvoyant au contexte de jeu de billes s'ajoutent ici et viennent toutefois renforcer l'idée de changement). L'illustration prend donc plus le sens d'une "représentation du premier changement et du changement final (ou résultant) par des états de la situation après chacun de ces changements".



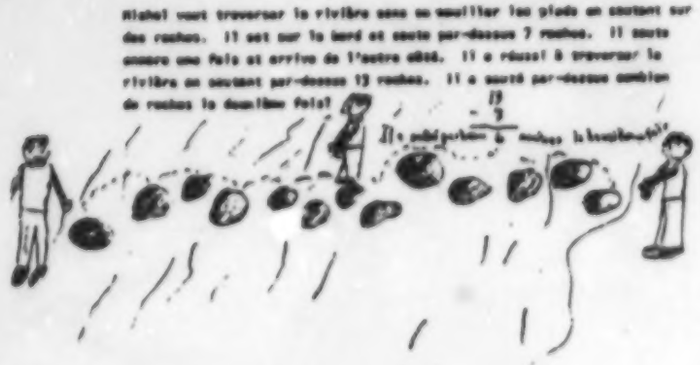
Représentation dynamique de la séquence

Ici en **6e année**, on retrouve une représentation dynamique de la séquence par l'illustration de l'état initial, final et le recours à des codes de trajectoire (avec présence de codes externes: agent de déplacement).

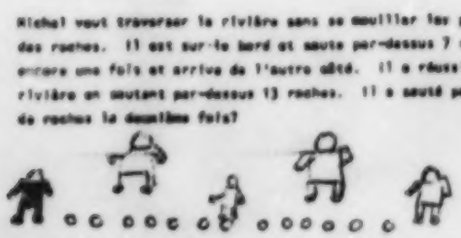
E_I, E_F prend, dans ce cas, le sens de position initiale (avant tout changement), position finale de l'objet déplacé (après le changement final).



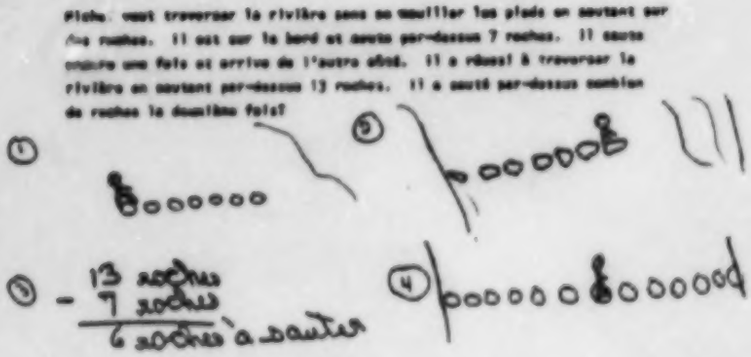
Représentation dynamique de la séquence en **4e année** par une répétition de l'objet et des **codes de trajectoire**.



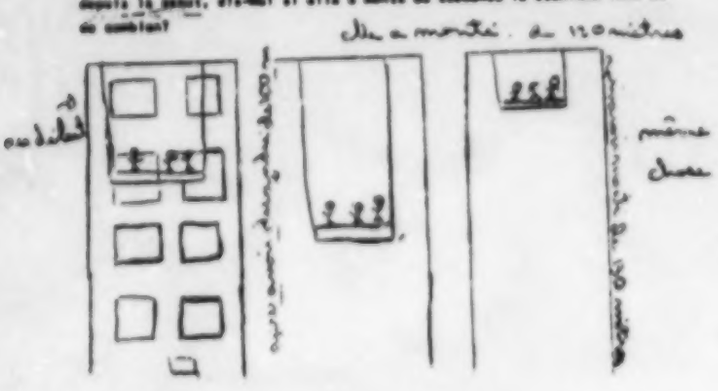
Représentation dynamique de la séquence en **3e année** par un **répétition de l'objet** et une **action en cours**.



Représentation dynamique de la séquence en **4e année** par une **succession d'états** (déroulement temporel).



Représentation de la séquence en **5e année** par une **succession d'états**.



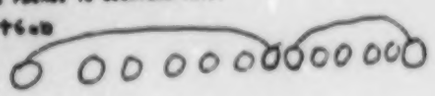
Représentation de la séquence en **1ère année** de façon dynamique par une **action en cours** et un **code de trajectoire**.

Michel veut traverser la rivière sans se mouiller les pieds en sautant sur des roches. Il est sur le bord et saute par-dessus 7 roches. Il saute encore une fois et arrive de l'autre côté. Il a réussi à traverser la rivière en sautant par-dessus 13 roches. Il a sauté par-dessus combien de roches la deuxième fois?

Représentation de la séquence en **2e année** par le recours à des **codes schématiques: codes de trajectoire**.

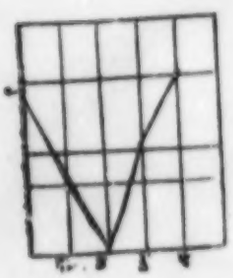
Michel veut traverser la rivière sans se mouiller les pieds en sautant sur des roches. Il est sur le bord et saute par-dessus 7 roches. Il saute encore une fois et arrive de l'autre côté. Il a réussi à traverser la rivière en sautant par-dessus 13 roches. Il a sauté par-dessus combien de roches la deuxième fois?

7 ? 6 ab



Représentation de la séquence en **6e année** par le recours à des **codes symboliques**.

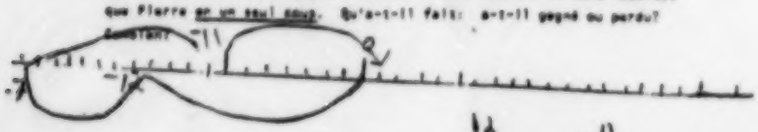
Pierre joue aux billes. Dans une partie, il perd 12 billes. A la partie suivante, il perd 7 billes. Il joue encore, il gagne 11 billes. Il joue une dernière partie et gagne 9 billes. Alain obtient le même résultat que Pierre en un seul coup. Qu'a-t-il fait: a-t-il gagné ou perdu? Combien?



gagné de 1 bille

Même chose ici, recours à des **codes symboliques**.

Pierre joue aux billes. Dans une partie, il perd 12 billes. A la partie suivante, il perd 7 billes. Il joue encore, il gagne 11 billes. Il joue une dernière partie et gagne 9 billes. Alain obtient le même résultat que Pierre en un seul coup. Qu'a-t-il fait: a-t-il gagné ou perdu?

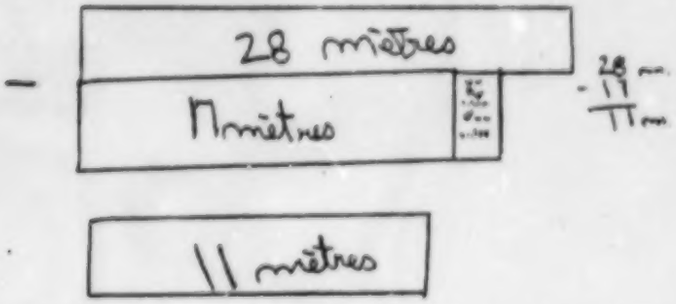


$$\begin{array}{r} 12 \\ +\ 7 \\ \hline -19 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 \\ +\ 9 \\ \hline 20 \\ -\ 19 \\ \hline 1. \end{array}$$

il a gagné de une bille

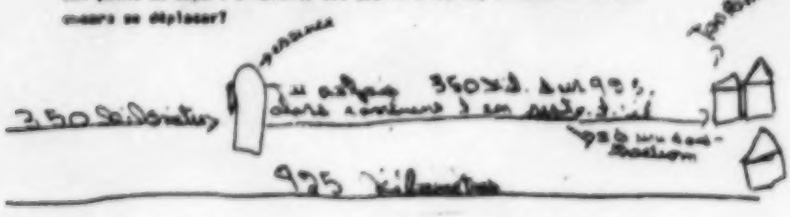
Représentation de la séquence en **5e année** par une comparaison de l'état initial, final.

Jean fait une clôture le long de son chemin. A la fin de l'avant-midi, il a fabriqué 17 mètres et un peu moins qu'un mètre. Le soir, la clôture est terminée. Elle mesure 28 mètres. Quelle longueur de clôture a-t-il fabriqué dans l'après-midi?



Représentation de la séquence en **5e année** par une comparaison du changement initial, final.

Monsieur Lablanc part pour Toronto. Il parcourt 350 kilomètres et il s'arrête pour faire le plein d'essence. Si la distance à parcourir de son point de départ à Toronto est 925 kilomètres, de combien doit-il encore se déplacer?



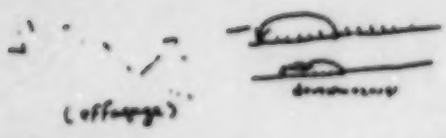
Représentation de la séquence en **6e année** par une comparaison du **changement initial, final** et le recours à des **codes symboliques**.

Des laveurs de vitre sont installés sur une plate-forme. On descend la plate-forme de 100 mètres. On la déplace une deuxième fois, on ne te dit pas comment. Si on sait qu'à la fin la plate-forme a descendu de 60 mètres depuis le début, dis-moi si elle a monté ou descendu la deuxième fois et de combien? Monté de 40 mètres

Représentation de la séquence en **6e année** par une comparaison du **changement initial, final** et le recours à des **codes symboliques**.

Alain joue à un jeu. Dans le jeu, il peut gagner ou perdre des jetons. Il a déjà joué avec ses amis plusieurs coups. Il joue un autre coup, il perd 6 jetons. Il joue encore une fois, on ne te dit pas ce qui s'est passé. Si on sait qu'après ces deux coups, il a 8 jetons de moins qu'avant les deux coups, dis-moi s'il a gagné ou perdu au deuxième coup et combien?

total
-6 1er coup
+4 2ème coup Gagné 2 billes



3. Liens entre les représentations produites et la performance à résoudre les problèmes mettant en jeu une séquence

Le but poursuivi par cette étude est de mettre en lumière la relation existant entre la représentation externe d'un problème et la performance des enfants à résoudre de tels problèmes. Nous espérons, par ce détour, enrichir notre compréhension des schèmes cognitifs qui régissent les actions des enfants dans la reconstruction du changement ou d'une séquence de changements. Dans cette intention, nous avons porté notre attention, dans un premier temps, sur la relation présente entre la représentation développée et la performance à solutionner un problème impliquant un changement arithmétique simple. Nous procédons maintenant à cette analyse pour les différents problèmes construits autour d'une séquence de changements, dans l'ordre hiérarchique apparaissant précédemment.

Type 3

Fort intéressant à cet égard, le problème 4 (tableau 26) nous instruit sur le lien pouvant exister entre représentation et performance chez les élèves de 1ère et 2e années (les sujets de 4e et 6e années ayant été écartés ici, pour les mêmes raisons que celles explicitées à la section III.3).

En première année, tous les enfants ayant obtenu un échec à ce problème ne peuvent illustrer dynamiquement la séquence sous-jacente. Les enfants ayant démontré une réussite partielle sont plus partagés. Ainsi, la moitié d'entre eux ne représente pas la séquence; ceux qui l'illustrent le font de façon majoritairement descriptive (8/11). Concernant les réussites totales, bien que le peu de sujets dans cette catégorie nous empêche de nous prononcer formellement, il semble y apparaître une tendance analogue à celle observée chez les sujets du groupe précédent (la moitié d'entre eux illustre la séquence de façon dynamique), mais alors leur représentation est plutôt d'ordre schématique.

Les élèves de 2e année ayant échoué au problème 4, tout comme les élèves de 1ère année ne produisent aucune illustration dynamique de la séquence. Dans le cas des réussites, quelques enfants seulement (2/14) illustrent la séquence de façon dynamique et utilisent alors des codes schématiques. Lorsque nous poussons plus loin l'analyse, nous constatons que les élèves se situant dans la catégorie "aucune représentation dynamique et réussite" se rattachent au support de dessins opératoires.

Tableau 26

Relation entre la performance au problème 1 et le type de représentation développée à ce problème

1ère année (53 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		(20)	8	1
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		9	3	
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence		8	
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence		3	1
Total		29	22	2

2e année (32 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		(16)		12
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		1		
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence		1	
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence			2
Total		17	1	14

Type 4

Aucun enfant en 4e année, peu importe leur rendement, ne développe une représentation dynamique de la séquence (voir tableau 27). Il faut attendre en 6e année pour voir apparaître de telles illustrations. Par surcroît, aucun enfant à ce niveau, ayant échoué ou obtenu une réussite partielle, n'utilise les codes schématiques. De façon concluante, seuls ceux ayant obtenu une vraie réussite démontrent une telle représentation, qui plus est s'avère essentiellement de type schématique.

Tableau 27

Relation entre la performance au problème u et le type de représentation développée à ce problème (type procédural)

4e année (27 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		25		1
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		1		
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence			
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence			
Total		26		1

6e année (25 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		16	1	6
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)				
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence			
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence			2
Total		16	1	8

Les résultats au problème v viennent supporter ces observations (tableau 28). Ainsi, nous observons davantage de représentations dynamiques chez les sujets ayant obtenu une réussite au problème. Celles-ci s'avèrent encore une fois principalement schématiques. D'autre part, nous retrouvons dans cette catégorie des représentations plus évoluées, un enfant ayant obtenu un échec et un autre une réussite partielle. Ce fait témoigne d'une plus grande facilité chez les élèves à illustrer dynamiquement une séquence de changements de type temporel.

Tableau 28

Relation entre la performance au problème v et le type de représentation développée à ce prob'ème (type temporel)

6e année (26 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		4		3
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		3	2	5
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence			1
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence	1	1	6
Total		8	3	15

Type 5

L'analyse des résultats aux problèmes 7 (type procédural) et 6 (type temporel) vient renchérir notre compréhension du phénomène observé précédemment en ce qui a trait aux problèmes de type procédural versus temporel. Ainsi, aucun enfant n'illustre la séquence par des codes dynamiques (voir tableau 29), quelle que soit leur performance au problème 7 de type procédural. Or, au problème 6 (type temporel), les enfants ayant obtenu une réussite témoignent majoritairement (5/6) d'une telle représentation, qui s'annonce alors d'ordre schématique dans la moitié des cas. Chez les sujets ayant démontré un échec ou une réussite partielle, aucun d'eux n'illustre la séquence de façon dynamique.

Tableau 29

Relation entre la performance aux problèmes 7 (type procédural) et 5 (type temporel) et la représentation développée à ces problèmes

Problème 7 5e année (28 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		24	4	
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)				
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence			
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence			
Total		24	4	

Problème 5 5e année (28 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		17		1
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		3		
Représent. non dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence			1
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			1
	Représentation schématique de la séquence			3
Total		20		6

Type 6

Le problème t de type procédural (tableau 30) fut soumis aux élèves de 4e, 5e et 6e années. À ce type de problème, aucun enfant de 4e et 5e années n'utilise une représentation dynamique de la séquence. Il faut attendre en 6e année pour voir apparaître de telles représentations et c'est uniquement les enfants ayant réussi ce problème qui nous servent ce type de représentation. Il est intéressant de noter également, encore une fois, chez ces élèves essentiellement des représentations schématiques de la séquence, tout comme aux problèmes de types 5 et 6 précédents.

Tableau 30

Relation entre la performance au problème t et le type de représentation développée à ce problème de type 6

6e année (25 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		19		4
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)				
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence			
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence			2
Total		19		6

Type 7

Le problème r de type temporel (tableau 31) a été présenté aux élèves de 4e et 5e années. Ainsi, en 4e année, un seul enfant sur 39 ayant échoué à ce problème offre une représentation de la séquence, représentation précisément descriptive de la situation. Concernant les élèves ayant obtenu une réussite, deux d'entre eux (2/15) représentent la séquence avec des codes schématiques.

En 5e année, seul un élève ayant réussi le problème partiellement présente une représentation de la séquence qui concerne cette fois-ci le déroulement temporel de la situation (succession d'états). Les autres, peu importe leur rendement, n'affichent aucune illustration de la séquence. Il est un fait à souligner ici: les élèves de 5e année, comme nous l'avons mentionné précédemment, ont une forte tendance à ne rien faire du tout par rapport au problème, sauf écrire la réponse. Ce phénomène court-circuite d'une certaine façon notre compréhension des représentations externes que ces élèves peuvent développer en raison des schèmes cognitifs qui sous-tendent alors leurs actions.

Tableau 31

Relation entre la performance au problème r et le type de représentation développée à ce problème de type 7

4e année (54 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		36		12
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		2		1
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence	1		
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence			2
Total		39		15

5e année (28 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		19		8
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)				
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence			
	Représentation du déroulement temporel de la séquence		1	
	Représentation schématique de la séquence			
Total		19	1	8

Type 8

De ce type de problème (voir tableau 32), nous avons retenu le problème u (type temporel) pour la présente analyse. Il fut présenté aux élèves de 5e et 6e années. Ainsi, en 5e année, sur 38 sujets ayant échoué à ce problème, seulement 3 d'entre eux (8%) illustrent la séquence dynamiquement; un seul alors (3%) utilise des codes schématiques, les 2 autres favorisant les codes descriptifs. Par contre, parmi les sujets ayant réussi ce problème, 6 d'entre eux utilisent une représentation dynamique: 5 sujets se servent alors de codes schématiques (31%) et un seul de codes descriptifs.

En 6e année, la tendance des élèves ayant réussi à représenter ce problème de façon schématique s'accentue: ainsi, 16 élèves sur les 27 dans cette catégorie (59%), illustrant la séquence de manière dynamique, le font essentiellement en s'appuyant sur des codes schématiques. Cette tendance, même si moindre chez les élèves ayant échoué au problème, est tout de même relativement assez élevée (46%).

Ces différents résultats tendent à montrer qu'il existe une relation entre la représentation externe de la situation et la performance à résoudre de tels problèmes. Le peu de données dont nous disposons ici demanderait toutefois que l'étude soit poursuivie.

Tableau 32

Relation entre la performance au problème w et le type de représentation développée à ce problème de type S

5e année (54 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		33		10
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		2		
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence	2		1
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence	1		5
Total		38		16

6e année (51 élèves)		Échec	Partiel	Réussite
Aucune représentation dynamique du changement (ni de la séquence)		7		10
Représentation dynamique du changement (pas de la séquence)		3		1
Représentation dynamique de la séquence	Représentation descriptive de la séquence	3		
	Représentation du déroulement temporel de la séquence			
	Représentation schématique de la séquence	11		16
Total		24		27

CONCLUSION

Les résultats de cette recherche, menée auprès d'enfants de 1ère à 6e année du primaire (6 à 12 ans), mettent en évidence une richesse de codes utilisés par les enfants pour illustrer le changement, qui vont bien au-delà des codes habituellement utilisés dans l'enseignement des mathématiques pour illustrer les concepts de transformation ou déplacement. Ces codes et conventions graphiques nous fournissent des indices de représentations transitoires sur lesquels un apprentissage pourrait s'appuyer.

La typologie des représentations du changement mise en évidence rejoint celle élaborée par l'étude de Friedman et Stevenson à travers photographies et peintures, l'illustration d'une action en cours rejoint la description d'un mouvement isolé, l'illustration d'une succession d'états et la représentation davantage schématique s'y retrouvent. Elle va toutefois beaucoup plus loin en précisant et en enrichissant de beaucoup chacune de ces catégories, et en répertoriant différents codes et conventions graphiques associés non mis en évidence dans l'étude de Friedman et Stevenson.

À travers cette étude, de plus, des différences importantes apparaissent dans la représentation externe d'un changement de type temporel et d'un changement de type procédural, ce dernier apparaissant beaucoup plus complexe à illustrer. Le résultat se retrouve de façon stable à travers les différentes expériences qui ont ici été menées par les chercheures.

Cette étude développementale met également en évidence une évolution d'un niveau scolaire à l'autre dans la représentation du changement. D'une représentation majoritairement statique en 1ère et 2e années, celle-ci évolue vers une représentation dynamique, au départ descriptive de la situation (dans laquelle les codes utilisés découlent directement de la situation présentée): illustration de l'état initial, final, répétition de l'objet transformé ou illustration d'une action en cours. Cette représentation fera graduellement place chez les enfants plus vieux (5e et 6e années surtout) à des représentations plus schématiques, où le recours à des codes symboliques apparaît. L'illustration d'un déroulement temporel, par une succession d'états figés dans le temps, n'apparaît que peu fréquemment et se retrouve essentiellement présente chez les enfants de 4e année.

Certaines situations prêtent plus facilement que d'autres à une représentation externe du changement; il en est ainsi des situations faisant appel à un changement de type temporel. Quant à la représentation externe d'une séquence de changements, celle-ci apparaît beaucoup plus complexe pour l'enfant que la simple représentation du changement, et ne se retrouve présente que chez les enfants les plus vieux.

Enfin, des liens ont été mis en évidence entre la représentation externe que l'enfant produit du changement et sa performance à résoudre des problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement. La représentation externe produite rend ainsi compte des schèmes qui modulent ses actions dans ces situations.

RÉFÉRENCES

Bednarz, N. (1985). Une démarche de modélisation, un exemple: la construction d'un système de représentation du nombre significatif et efficace. *Compte rendu de la 37e rencontre de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques* (CIEAEM), Leiden, Pays-Bas, août, 129-132.

Bednarz, N., Janvier, B. (1985). Les illustrations comme support à l'apprentissage de concepts dynamiques en arithmétique. *Cahiers du séminaire sur la représentation*, CIRADE, UQAM, Octobre, n° 4, 28 pages.

Bednarz, N., Janvier, B. (1987). Reconstruction of a transformation: a problem in mathematics. *Biennial Meetings of the Society for Research in Child Development*, Baltimore. Processed by Eric Ed. 291 569.

Bednarz, N., Janvier, B., Poirier, L. (1983). Problèmes de représentation d'une transformation arithmétique chez des élèves du primaire. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, n° 11, octobre, 10-49.

Campbell, P.F. (1981). What do children see in mathematics textbooks pictures. *Arithmetic Teacher*.

Carpenter, T.P., Moser, J.M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills, *in* T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds): *Addition and Subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 9-24

Conne, F. (1979). Pierre, Bertrand, Claude, Paul, Laurent, Michel et leurs billes. Contribution à l'analyse d'activités mathématiques en situation. *Approches en psychopédagogie des mathématiques*, Université de Genève, pp. 25-84.

Friedman, S.L., Stevenson, M. (1980). Perception of movement in pictures, *in* M.H. Hagen (Ed.): *Perception of pictures, 1*.

Girardon-Morand, C., Janvier, C. (1987). Les aspects procéduraux et temporels sous-jacents à la représentation des transformations. *Cahiers du CIRADE*, UQAM, n° 19.

Hiebert, J. (1982). The position of the unknown set and children's solutions of verbal arithmetic problems. *Journal of Research in Mathematics Education*, 13(15), 341-349.

Janvier, B., Bednarz, N., Bélanger, M. (1986). Pedagogical considerations concerning the problem of representation, *in* C. Janvier (Ed.): *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Philadelphia: L. Erlbaum Inc., pp. 109-122.

Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations. Studies and teaching experiments*. Thèse de doctorat, Université de Nottingham.

Mary, C. (1983). *Le rôle du film dans l'enseignement des mathématiques*. Mémoire de maîtrise en mathématiques, UQAM.

Newton, D.P. (1984). Showing movement in children's pictures: a study of the effectiveness of some non-kinetic representations of motion. *Educational Studies, 10.*

Pirès, A.P. (1983). *Stigmate pénal et trajectoire sociale.* Thèse de doctorat, Université de Montréal.

Resnick, L.B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract, *in* T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds): *Addition and Subtraction: a cognitive perspective.* Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp. 136-155.

Riley-Greeno (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic, *in* H.P. Ginsburg (Ed.): *The development of mathematical thinking.* New York: Academic Press, pp. 153-196.

Vergnaud, G. (1976). Structures additives et complexité psycho-génétique. *Revue française de pédagogie,* n° 36.

PRINCIPALES RÉALISATIONS RELIÉES AU PROJET DE RECHERCHE

Contribution à un ouvrage collectif

Bednarz, N., Garnier, C. (1989). L'utilisation du conflit socio-cognitif dans une pédagogie contribuant à l'élaboration des processus d'anticipation et décentration et à une représentation du dynamisme, *in* N. Bednarz et C. Garnier (Eds): *Construction des savoirs: obstacles et conflits*. Montréal: Agence d'Arc.

Articles publiés dans des revues avec comité de lecture

Bednarz, N., Janvier, B., Poirier, L. (soumis pour publication). The complexity of reconstruction of a change in mathematics for primary school children. *Journal for Research in Mathematics Education.*

Bednarz, N., Janvier, B. (1987). Reconstruction of a transformation: a problem in mathematics. EDRS (Eric), ED 291 569, *Ressources in Education* (RE), 10 pages.

Comptes-rendus de conférences avec comité de lecture

Bednarz, N., Garnier, C. (1988). L'utilisation du conflit socio-cognitif dans une pédagogie contribuant à la représentation du dynamisme en mathématiques. *Résumés du Colloque International Obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif*, CIRADE, UQAM, septembre, p. 103-104.

Biron, D., Bednarz, N. (1989). The role of children's diagrams and pictures in their solution of complex arithmetic problems. *Abstracts of the Biennial Meetings of the Society for Child Development*, Kansas, Avril.

Biron, D., Bednarz, N. (1988). L'activité de représentation externe du problème comme déclencheur de conflit. *Résumés du Colloque International Obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif*, CIRADE, UQAM, septembre, p. 115-117.

Bednarz, N., Dufour-Janvier, B. (1987). Reconstruction of a transformation: a problem in mathematics. *Abstracts of the Biennial Meetings of the Society for Research in Child Development*, 6, Baltimore, p. 19.

Conférences avec arbitrage

Bednarz, N., Janvier, B. (1989) Study of representations developed by children in a complex problem solving context implying dynamic significants. Tenth Biennial Meetings of the International Society for the Study of Behavioural Development (I.S.B.D.), Jyväskylä, Finlande, juillet.

Biron, D., Bednarz, N. (1989). Representation's activity in problem solving: its role in the resolution of complex arithmetic situation for primary school. Tenth Biennial Meetings of the International Society for the Study of Behavioural Development (I.S.B.D.), Jyväskylä, Finlande, juillet.

Garnier, C., Bednarz, N. (1989). Study of the decentration and anticipation processes in situations where representation of dynamism are enquired. Tenth Biennial Meetings of the International Society for the study of Behavioural Development (I.S.B.D.), Jyväskylä, Finlande, juillet.

Bednarz, N., Schmidt, S., Malenfant, D. (1989). Étude des représentations du dynamisme développées par les enfants dans un contexte de résolution de problèmes complexes. Association canadienne française pour l'avancement des Sciences (ACFAS), UQAM, mai.

Biron, D., Bednarz, N. (1989). Le rôle de l'activité de représentation externe dans la résolution de certains problèmes arithmétiques complexes. Association canadienne française pour l'avancement des Sciences (ACFAS), UQAM, mai.

Biron, D., Bednarz, N. (1989). The role of children's diagrams and pictures in their solution of complex arithmetic problems. Biennial Meetings of the Society for Child Development, Kansas, April.

Biron, D., Bednarz, N. (1987). Étude du rôle et de l'apport de l'activité de représentation externe dans la résolution de certains problèmes mathématiques complexes. Poster présenté à Eleventh Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (P.M.E.), Montréal, juillet.

Bednarz, N. (1986). Problème de représentation du dynamisme en mathématiques. Association canadienne française pour l'avancement des Sciences (ACFAS), Montréal, mai.

Autres

Bednarz, N., Janvier, B. (1985). Les illustrations comme support à l'apprentissage de concepts dynamiques en arithmétique. *Cahiers du séminaire du CIRADE sur la représentation*, CIRADE, UQAM, 28 pages.

Thèses dirigées

Biron, Diane - Directrice - Étude du rôle de l'activité de représentation externe dans la résolution de problèmes mathématiques complexes chez des enfants du primaire (dépôt juin 1989).

Poirier, Louise - Directrice - Étude des modèles implicites mis en jeu par les enfants dans la résolution de problèmes arithmétiques mettant en jeu la reconstruction d'une transformation arithmétique.

Des exemplaires du présent document sont en vente à l'adresse suivante:

Centre Interdisciplinaire de Recherches sur
l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, Succ. A, G-3125
Montréal, Québec
H3C 3P8

Pour commander, remplir le formulaire de réquisition apparaissant à la dernière page du document.

Publié par le Centre Interdisciplinaire de Recherches
sur l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
Conception graphique: Pierrette Prévost

Niveau(x) d'enseignement: 3 Numéro EDUQ : 8970412
Centre d'intérêt: 841

Bednarz, Nadine.

Etude des représentations développées par les enfants dans un contexe de résolution de problèmes mathématiques impliquant des concepts dynamiques : rapport de recherche CRSHC 410-86-0726 / Nadine Bednarz, Sylvine Schmidt, Bernadette Dufour-Janvier. -- Montréal : Université du Québec à Montréal, Centre interdisciplinaire de recherches sur l'apprentissage et le développement en éducation, 1989.
107 f. : ill. ; 28 cm + Annexes (84 f. en foliotation multiple).

"Cette recherche a été subventionnée par le Conseil de recherche en sciences humaines du Canada (1986-1988)...". Bibliogr.: f. 104-105.

Vedette(s)-secondaire(s): Schmidt, Sylvine • Dufour-Janvier, Bernadette • Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherches sur l'apprentissage et le développement en éducation

---

Descripteur(s): Arithmétique • Résolution de problème • Psychologie de l'apprentissage • Développement cognitif • Primaire (Ordre d'enseignement)

Le but de cette recherche est de mieux connaître, dans une perspective développementale, les représentations développés par les enfants de 1re à 6e année dans un contexte de résolution de problème de mathématiques mettant en jeu les signifiés dynamiques complexes de transformation ou déplacement à reconstruire. Les résultats mettent en évidence une richesse de codes utilisés par les enfants pour illustrer le changement qui va bien au-delà des codes habituellement utilisés dans l'enseignement des concepts de transformation ou déplacement. La typologie des représentations du changement mise en évidence rejoint celle élaborée par Friedman et Stevenson à partir de photographies et de peintures. L'étude montre aussi que de majoritairement statique en 1ère et 2e année, la représentation du mouvement évolue vers une représentation dynamique en 5e et 6e année et que cette représentation est liée à la performance à résoudre des problèmes.

Type de document: d

EDUQ
8970412-B

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHES SUR
L'APPRENTISSAGE ET LE DEVELOPPEMENT EN EDUCATION

cirade

8970249- 8970265-A-B- 8970
8970325- 8970326- 8970

Université du Québec à Montréal

Étude des représentations développées par les enfants dans un contexte de résolution de problèmes mathématiques impliquant du dynamisme

ANNEXES

ANNEXE 1

ANNEXE 1

SITUATIONS METTANT EN JEU UN CHANGEMENT QUALITATIF ET SITUATIONS-PROBLÈMES À RÉSOUDRE
Protocole d'expérimentation (1ère / 2e années)

I. Protocole test écrit

Introduction au test écrit

"Je travaille à l'université et cela m'intéresse de voir comment les enfants de "x" année travaillent sur des problèmes. J'en ai écrit quelques-uns et je viens dans votre classe pour vous les donner à faire."

"J'ai déjà rencontré d'autres enfants de "x" année et ils m'ont beaucoup aidé à voir **comment** ils faisaient pour trouver la solution. J'aimerais voir comment vous vous débrouillez, pensez-vous que vous pouvez m'aider?"

Déroulement de l'activité

Après l'introduction, chaque problème est lu une première fois lentement. Ensuite, nous demandons à un enfant de le redire dans ses mots, puis nous le relisons une autre fois. Nous laissons alors les enfants résoudre le problème, en insistant sur "je veux voir ce que tu fais!".

Nous ramassons les feuilles après chaque problème. Quand un enfant pose une question, celle-ci lui est si possible renvoyée (afin de ne jamais intervenir en termes d'apprentissage). Nous essayons alors de voir ce qui ne va pas: "qu'est-ce que t'en penses?", "qu'est-ce que tu ne comprends pas?", "fais comme tu penses, je veux voir comment tu te débrouilles".

Banque de situations

Chaque carnet présenté aux enfants comprend un certain nombre d'items à résoudre mettant en jeu la reconstruction d'un changement: soit des problèmes écrits, soit des équations exprimées en mots. De plus, le carnet contient deux items portant sur l'illustration d'une situation mettant en jeu un changement qualitatif. Enfin, des items distracteurs ont été insérés entre les différents items (problèmes à résoudre, dessins à compléter), afin de contrer les effets d'apprentissage d'un item sur l'autre.

Ces items vous sont maintenant présentés selon l'ordre où ils apparaissaient dans le carnet (un item par page)

- 1ère année
- 2e année

Test - 1ère année

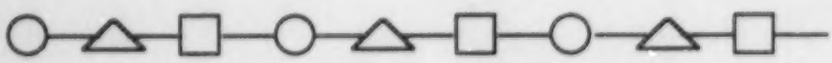
Problème écrit - changement quantitatif à reconstruire:

1. J'avais 19 billes dans ma poche. Un ami m'en a apportées d'autres. Maintenant j'ai 28 billes dans ma poche. Combien de billes m'a-t-il apportées?

   Je veux voir ce que tu fais.

Distracteur:

2. Continue mon collier



Équation exprimée en mots impliquant une reconstruction:

3. Trouve le nombre pour que ça marche:

   À 8 bonbons j'ajoute ..... bonbons pour avoir 15 bonbons.

Problème écrit - changement quantitatif à reconstruire:

4. Quand Benoît était jeune, son pied mesurait 18 centimètres. Maintenant son pied mesure 26 centimètres. De combien son pied a-t-il allongé?

   Je veux voir ce que tu fais.

Distracteur:

5. Jean a 16 timbres. Alain a 22 timbres. Peux-tu me dire combien Alain a de timbres de plus que Jean?

   Je veux voir ce que tu fais.

Situation - changement qualitatif à illustrer:

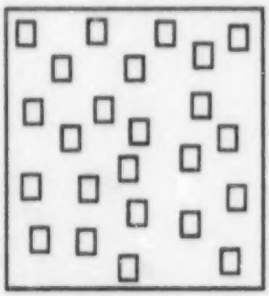
6. Ta maman souffle une balloune. Elle grossit, grossit, grossit...

   Dessine ce que tu vois.

Équation exprimée en mots impliquant une reconstruction:

7. Trouve le nombre pour que ça marche:

   J'ai 17 cartes, j'en ajoute ..... pour avoir 24 cartes comme sur l'image.



Problème (situation simulée) - changement quantitatif à reconstruire:

8. Peux-tu me dire combien la mère de Nicolas a mis de collants sur son bureau pendant qu'il était parti à l'école?

   Note: Cet item était simulé devant les enfants (un certain nombre de collants sont placés sur le rétroprojecteur allumé, les enfants les voient projetés sur l'écran (on raconte en même temps: "Nicolas avait tout ça de collants sur son bureau"), le rétroprojecteur est alors fermé et on raconte que "la mère de Nicolas a mis d'autres collants sur son bureau pendant qu'il est parti à l'école" (l'expérimentateur place alors d'autres collants sur le rétroprojecteur éteint). "Nicolas revient, il a maintenant tout ça sur son bureau" (le rétroprojecteur est de nouveau allumé et les enfants voient l'état final)... puis la question est posée.

Situation - changement qualitatif à illustrer:

9. Marie a presque fini de ranger les cartes à jouer dans la boîte. Son petit frère arrive et lui en renverse d'autres et encore d'autres...

   Dessine ce que tu vois.

Distracteur:

10. Il y a 24 lapins dans une cabane. Il y en a 16 qui regardent par la porte. Les autres sont cachés en arrière. Combien y en a-t-il de cachés?

    Je veux voir ce que tu fais.

Test - 2e année

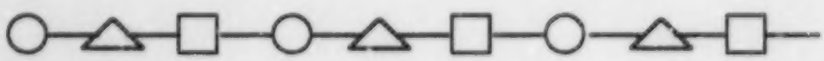
Problème écrit - changement quantitatif à reconstruire:

1. 17 enfants attendent l'autobus scolaire au coin de la rue. D'autres enfants arrivent en courant à l'arrêt. Il y a maintenant 38 enfants qui attendent l'autobus. Combien d'enfants viennent d'arriver en courant?

    Je veux voir ce que tu fais.

Distracteur:

2. Continue mon collier.



Équation exprimée en mots impliquant une reconstruction:

3. Trouve le nombre pour que ça marche:

    À 8 bonbons j'ajoute ..... bonbons pour avoir 15 bonbons.

Problème écrit - changement quantitatif à reconstruire:

4. Quand Benoît était jeune, son pied mesurait 18 centimètres. Maintenant son pied mesure 26 centimètres. De combien son pied a-t-il allongé?

    Je veux voir ce que tu fais.

Situation - changement qualitatif à illustrer:

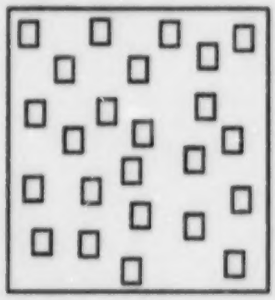
5. Ta maman souffle une ballcune. Elle grossit, grossit, grossit...

    Dessine ce que tu vois.

Équation exprimée en mots impliquant une reconstruction:

6. Trouve le nombre pour que ça marche:

   J'ai 17 cartes, j'en ajoute ..... pour avoir 24 cartes comme sur l'image.



Distracteur:

7. Jean a 16 timbres. Alain a 22 timbres. Peux-tu me dire combien Alain a de timbres de plus que Jean?

   Je veux voir ce que tu fais.

Situation - changement qualitatif à illustrer:

8. Marie a presque fini de ranger les cartes à jouer dans la boîte. Son petit frère arrive et lui en renverse d'autres et encore d'autres...

   Dessine ce que tu vois.

Problème écrit - changement quantitatif à reconstruire:

9. Pendant le cours d'éducation physique, les enfants doivent faire des sauts sur un pied. Jean fait un saut de 30 centimètres. Il saute une deuxième fois. Après ces deux sauts, il a avancé de 64 centimètres. De quelle longueur a-t-il sauté la seconde fois?

   Je veux voir ce que tu fais.

Problème (situation simulée) - changement quantitatif à reconstruire:

10. Peux-tu me dire combien la mère de Nicolas a mis de collants sur son bureau pendant qu'il était parti à l'école?

    Note: Situation simulée devant les enfants.

II. Protocole d'entrevue sur la partie "histoire sans parole"

Nous montrons à l'enfant l'illustration d'une transformation arithmétique sous forme d' "histoire sans parole" ("Les amis") et nous lui demandons:

"Peux-tu inventer une histoire pour faire calculer un ami? Ce dessin-là devrait l'aider à résoudre ton histoire."

ou

"Peux-tu me dire ce qui se passe?"

Si l'enfant ne peut répondre suite à la consigne utilisée, le relancer avec l'autre consigne.

Illustrations

Prétest: "Les amis"

ANNEXE 2

PROTOCOLE D'EXPERIMENTATION
(1ère à 6e année)

Influence du dessin sur la résolution de problèmes écrits mettant en jeu un certain dynamisme; étude des codes picturaux développés par les enfants.

Groupe de Recherche: Nadine Bednarz, Bernadette Janvier, Louise Poirier, Diane Biron.

Annexe 2

Décembre 1987
Ecole Notre Dame de Grâce (Ile de Montréal)
Ecole des Jeunes Découvreurs (Banlieue de Montréal) à Boucherville

INTRODUCTION

En souhaitant recueillir de l'information sur les codes graphiques utilisés par les enfants pour représenter un concept mettant en jeu un certain dynamisme, et voulant voir si le fait de dessiner facilite la résolution de problèmes complexes, nous amenons les enfants à dessiner ce qu'ils perçoivent. Est-ce que le fait de solliciter l'enfant à illustrer un problème l'aide à résoudre? Est-ce que le dessin joue le même rôle au niveau de la résolution quelque soit l'âge des enfants? Quel type de dessin retrouve-t-on? Est-ce le même selon l'âge des enfants?

OBJECTIFS GLOBAUX:

Cette étude avait essentiellement pour but de répertorier les codes graphiques utilisés par les enfants pour représenter un concept dynamique en mathématiques (transformation dans le temps, déplacement...). Elle voulait également vérifier si, pour des problèmes complexes donnés mettant en jeu ces concepts (reconstruction de la transformation, séquence directe, indirecte, état initial à retrouver...), le fait de dessiner aidait à la résolution des problèmes chez des élèves du cours primaire.

METHODOLOGIE

Dans un premier temps, nous avons vu des enfants de la 2ième à la 6ième année (7-8 à 11-12 ans) d'une école A (N.D.G.), dans le but de vérifier le niveau de difficulté des problèmes choisis, ceci afin de sélectionner les plus adaptés aux buts visés. Ce bassin de population servira, de plus, de groupe témoin dans la comparaison des résultats relatifs à la résolution des problèmes.

Dans un deuxième temps, nous avons rencontré les enfants d'une autre école B (Boucherville) de la 1ère à la 6ième année. Ces enfants avaient pour tâche non seulement de résoudre les problèmes mais d'abord et avant tout d'illustrer les problèmes, comme nous le verrons par la suite.

PROTOCOLE SOUMIS A L'ECOLE NOTRE DAME DE GRACE
(Ecole de l'île de Montréal)

Ecole A
(groupe témoin)

Résolution de problèmes complexes
mettant en jeu une transformation ou un déplacement

RAPPEL DES OBJECTIFS

Le but poursuivi dans cette première phase de l'expérimentation est de tester le niveau de difficulté de problèmes complexes mettant en jeu une séquence d transformations dans le temps ou déplacements.

METHODOLOGIE

Plusieurs problèmes ont été construits à partir d'une analyse conceptuelle tenant compte des variables: structure du problème, nature des nombres, agent de transformation (Voir Analyse théorique des problèmes en appendice)

Les problèmes ont ensuite été sélectionnés par niveau et regroupés dans un petit carnet. Sur chaque page du carnet, on retrouve un problème.

. Les enfants de l'école Notre-Dame de Grâce (école de la Commission Scolaire de Montréal) ont été rencontrés, à raison de deux classes de chaque niveau de la deuxième à la sixième année inclusivement. (Pour des raisons de difficultés de lecture, les problèmes n'ont pas été donnés initialement en 1ère année).

Situation de l'expérimentation à l'école A

Niveau	Nombre de problèmes par niveau	Nombre de classes
1ère année	L'entente prise avec la direction de l'école visait d'abord 2 classes de chaque niveau de 2ième à 6ième année.	0
2ième année	6/10 pris au hasard	2
3ième année	6/10 pris au hasard	2
4ième année	6/10 pris au hasard	2
5ième année	6/10 pris au hasard	2
6ième année	6/10 pris au hasard	2

CONSIGNE

Les problèmes ont été présentés aux enfants non pas comme des problèmes familiers mais comme "des problèmes jamais vus" ou "des problèmes peut-être déjà vus ailleurs qu'à l'école". "On a montré ces problèmes à des enfants d'autres écoles et ils les ont trouvés difficiles, alors on vient vous les montrer pour voir comment vous vous débrouillez pour les résoudre. Nous ne voulons pas seulement la réponse, nous voulons voir aussi comment vous vous y prenez pour les résoudre".

Un carnet regroupant les différents problèmes par niveau (un problème par page) était donné à chaque enfant. Au début la consigne était "Vous faites d'abord le premier problème et vous déposez votre crayon et attendez le signal pour tourner la page." Cette consigne a été respectée pour un ou deux problèmes puis la différence de vitesse entre les enfants s'étant fait sentir, ces derniers sont allés à leur rythme jusqu'à la fin.

REMARQUES

. Remarques spécifiques pour une deuxième année:

La deuxième année comptait 10 enfants allophones récemment intégrés à l'école. Le professeur a dû contribuer pour la lecture des problèmes.

. Questions les plus fréquemment posées:

Les enfants nous demandaient "si ça comptait au bulletin" et "pourquoi on faisait ça". Nous disions dans la présentation que nous faisions ça pour nous, pour une recherche, pour voir comment ils se débrouillaient pour résoudre ces problèmes. "Cela n'a rien à voir avec le bulletin, ce n'est pas un test, c'est pour notre information, cela va nous aider."

. Difficultés rencontrées:

En 2ième et 3ième années, il y a eu des questions relatives à la formulation et au vocabulaire employé dans les problèmes.

Mots inconnus: Plate-forme - randonnée - s'élever - immeuble - durer - second - sous zéro - un peu moins que - en travers de.

Graphie: Certains "S" étaient pris pour des "5" ou encore "11" était lu comme le nombre "11".

Symbole: "°C" inconnu.

. <u>Problèmes causant le plus de difficultés</u>:
(voir analyse théorique des problèmes)

2ième année:
- Jean et la clôture (problème m)
- La plate-forme (problème j)
- La course à relais (problème n)
- La fusée (problème h)
- Les sauts sur un pied (problème k)

3ième année:
- Course à relais (problème n)
- Le tricot (problème r)
- La plate-forme (problème q)
- Deux problèmes de jetons (problème u,o)

4ième année:
(problème de l'état initial non donné)
- Une équipe de trois coureurs (problème n)
- Les laveurs de vitres (problème v)
- Mme Martin (tricot) (problème r)
- Les jetons (problème γ, problème u)

5ième année:
(problème de l'état initial non donné)
- Les jetons (problème γ)
- Les laveurs de vitres (problème δ)

6ième année:
(problème de l'état initial non donné)
- La bombe (α)
- Billes - jetons - pâtés (γ) (ζ) (ε)

PROTOCOLE SOUMIS A L'ECOLE

DES JEUNES DECOUVREURS

(Boucherville, banlieue de Montréal)

ECOLE B

Illustration de problèmes complexes

par des élèves de la 1ère à la 6ième année

RAPPEL DES OBJECTIFS

Le but poursuivi dans cette seconde phase de l'expérimentation concerne directement les objectifs exposés précédemment. Nous cherchons à mieux connaître les codes graphiques utilisés par les enfants du primaire (1ère à 6ième année) pour représenter un concept dynamique en mathématiques (transformation, déplacement). Ces concepts interviennent dans des problèmes complexes, et nous voulons voir si le fait de dessiner facilite la résolution des problèmes.

METHODOLOGIE

Après avoir sélectionné différents problèmes complexes d'après les résultats obtenus à l'école A*, nous les avons présentés à des élèves d'une école primaire en banlieue de Montréal, soit à des enfants entre 6 et 12 ans (1ère à la 6ième année) à raison de 2 classes par niveau.

Les problèmes ont été présentés par écrit sous forme de carnet individuel à raison d'un problème par page.

Après avoir identifié chacun des problèmes complexes et les avoir classés selon le niveau, nous avons dû retenir trois modalités de répartition des problèmes en raison de certaines particularités des niveaux concernés. (1)Ainsi, en première année, nous avons dû prévoir une présentation uniforme des problèmes pour chacun des enfants d'une même classe afin de pouvoir faire la lecture de ces problèmes, dans le but de ne pas pénaliser les enfants qui ne peuvent lire certains mots. (2)En troisième année, compte tenu du peu de problèmes complexes sélectionnés pour ce niveau, les élèves des deux classes ont eu les mêmes problèmes mais l'ordre de présentation de ces problèmes variait d'un carnet à un autre. (3)Les carnets destinés aux élèves de 2e, 4e, 5e et 6e ont, pour leur part, été préparé de la façon suivante: nous avons d'abord sélectionné un certain nombre de problèmes communs (de 2 à 5) pour les élèves d'un même niveau afin de constituer une base de comparaison, puis nous avons choisi au hasard un certain nombre de problème (4 ou 5) supplémentaires parmi ceux destinés à un niveau donné, et enfin nous avons assemblé au hasard les problèmes ainsi retenus.

De plus, les carnets ainsi constitués comportent un même nombre de problèmes pour chacune des deux classes d'un même niveau, et l'ordre de présentation des problèmes varie d'un carnet à un autre pour les élèves d'une même classe.

CONSIGNES DONNEES

En 1ère année: "Savez-vous ce que c'est un problème?
Et bien c'est une petite histoire avec une question pour

---

*Voir tableau de classification des problèmes.

faire calculer. N'ouvres pas ton cahier. Ecris ton nom dessus. Dans le petit cahier que tu as devant toi, il y a des problèmes. Je vais les lire un à la fois lentement. Tu vas essayer de bien comprendre ce que je lis.
Ecoute bien.
Maintenant tu vas faire un dessin qui peut servir à répondre à la question.
Vas-y

(On reprend la même démarche pour les autres problèmes)

2e, 3e, 4e, 5e, 6e: Savez-vous ce que l'on vient faire ici?
On vient vous voir parce qu'on travaille avec des enfants qui ont de la difficulté. On leur a montré des problèmes et ils n'arrivaient pas à les faire. Ils nous ont dit que peut-être que si on faisait quelque chose... enfin on cherche des moyens qui les aideraient à comprendre ce qui se passe dans les problèmes. On a besoin de votre aide pour trouver des idées qui pourraient aider les autres.

D'après vous autres qu'est-ce qui peut aider quelqu'un à comprendre un problème?
Temps d'attente: les enfants suggèrent différentes choses (réécrire le problème, faire un dessin...)
Pensez-vous qu'un dessin, une illustration, un schéma, pourrait aider?

On va vous distribuer des carnets qui sont tous différents: vous inscrivez votre nom dessus et vous faites un dessin,... qui pourrait aider un ami à comprendre le problème.
Ca ne sert à rien de regarder sur la copie du voisin parce qu'il n'a pas la même chose et aussi parce qu'on a besoin de plus d'idées possibles. C'est pourquoi on vous demande de travailler tout seul.

Comment on vient vous demander votre aide, vos idées pour nous aider dans notre travail, ça ne compte pas au bulletin, il n'y a pas de note, c'est vos suggestions que l'on cherche, on veut savoir comment ça se passe dans votre tête.

- Une fois la tâche terminée: Pourriez-vous maintenant résoudre le problème, inscrivez avec votre crayon rouge le calcul qui va avec votre suggestion.

REMARQUES

Suggestions concernant les moyens pour aider à comprendre les problèmes

En 2ième année:
- Faire des petits points, barres pour calculer
- Séparer les dizaines et les unités
- Relire le problème
- Faire le calcul
- Dire quoi faire

En 3ième année:
- Relire le problème
- Souligner les mots-clefs
- Faire un dessin
- Expliquer au tableau
- Réécrire le problème
- Faire un problème semblable
- Vérifier si ça marche

En 4ième année:
- Faire des dessins
- Dire la réponse

En 5ième année:
- Faire un exemple au tableau
- Expliquer en prenant des mots plus simples
- Faire un problème semblable avec des nombres plus petits
- Faire un dessin

En 6ième année:
- Montrer les calculs
- Expliquer
- Faire une dessin
- Donner la réponse

Difficultés rencontrées

En 2ième année, nous avons dû répondre à certaines questions relatives au vocabulaire:

- Promenade
- Mètre, centimètre
- S'élever
- Parcourir
- Plate-forme

Certains enfants de 3ième année ont été eux aussi embêtés par certains mots ou éléments des problèmes.

- Un peu moins de
- Equipe de 3 coureurs
- Plate-forme

En 4ième année deux problèmes semblent avoir posés des difficultés, il s'agit de:

- Mme Martin (r)
- Billes par équipe (s)

APPENDICE

Classification des problèmes présentés à l'école A et à l'école B

ANALYSE THEORIQUE DES PROBLEMES SELON LEUR STRUCTURE ET LES AUTRES VARIABLES SUSCEPTIBLES D'INFLUENCER LEUR COMPLEXITE ET LES REPRESENTATIONS DEVELOPPEES

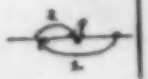
?

TYPE 1: ETAT INITIAL SEQUENCE INCONNUE ETAT FINAL

◌ problèmes présentés à une seule école.

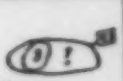
○ problèmes représentés à l'école JD, mais légèrement modifiés

● problèmes représentés à l'école J. D. mais considérablement modifiés.

	Nature des données				Nature des changements		Changement opéré par:			
	Etats		Positions							
	Discret	Continu	Discret	Continu	Déplacement	Transformation	Eléments eux-mêmes	Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(F) Pierre joue aux billes. Il a 47 billes au début du jeu. Au premier coup, il en perd 5. Au deuxième coup, il en perd 7. Au troisième coup, il en gagne 12. A la fin du jeu, combien a-t-il de billes? (3ième année, N.B.G. seulement)	X					X		X		petits
q) Des laveurs de vitres sont installés sur une plate-forme à 600 mètres de hauteur. La plate-forme descend de 450 mètres, puis elle monte de 200 mètres. A quelle hauteur sont-ils maintenant? (N.D.G.: 3ième année & J.D.: 3ième année) 				X Intervalle	X		X			plate-forme gros

?

TYPE 2: ETAT INITIAL — CHANGEMENT UNIQUE — ETAT FINAL

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Elements eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(d) Avant, j'avais 17 blocs sur ma table. J'ai pigé des blocs dans le sac et je les ai mis sur la table. Maintenant, j'ai 38 blocs sur ma table. Combien de blocs ai-je pigé dans le sac?(J.D. seulement: 1ère, 2ième, 3ième & 4ième année)	X					X		X		petits 15
(e) Il y a 24 lapins dans une cabane. On voit 8 lapins à la porte. Combien y en a-t-il de cachés?(J.D. seulement: 1ère, 2ième, 4ième année) 	X					X	X			24,8 petits
(f) 17 enfants sont à l'arrêt d'autobus. Il est 4 heures, l'école est finie, des enfants arrivent. Maintenant il y a 46 enfants à l'arrêt. Combien d'enfants sont arrivés?(N.D.G.: 2ième année)	X					X	X			17,46 petits

Type 2: Etat initial — Changement unique — Etat final

	Nature des données: Etats: Discret	Etats: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
a) 17 enfants attendent en rang pour entrer dans l'école. D'autres enfants qui jouaient au ballon viennent se mettre dans le rang. Il y a maintenant 48 enfants dans le rang. Combien d'enfants jouaient au ballon? (J.D.: 2ième, 4ième année)	X					X	X			17,48 petits
c) J'avais 8 billes dans ma poche. Un ami m'en a apporté. Maintenant j'ai 17 billes dans ma poche. Combien de billes m'a-t-il apporté? (N.B.G.: 2ième année) (J.D.: 1ère, 2ième année)	X					X		X		8,17 petits
b) Une fusée est installée sur le sommet d'une montagne à 250 mètres. La fusée s'élève jusqu'à un ballon qui est juste au dessus d'elle à 400 mètres. De combien la fusée s'est-elle élevée? (N.B.G.: 2ième année)				X intervalle	X		X			250,400 gros

?

Type 2: Etat initial Changement unique Etat final

	Nature des données: Etats: Discret	Etats: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(f) Une petite fusée est installée sur le toit d'une maison de 60 mètres de hauteur. La fusée s'élève jusqu'à un ballon qui est à 150 mètres de hauteur du sol. De combien la fusée s'est-elle élevée? (J.D.: 2ième année)				X	X		X			60, 150 gros
(g) Quand Benoît était jeune son pied mesurait un peu moins que 18 centimètres. Maintenant, son pied mesure 26 centimètres. De combien son pied a-t-il allongé? (M.D.G.: 2ième année)		X				X	X			≃18,26 petits
(g') Quand Benoît était jeune, son pied mesurait UN PEU MOINS que 18 centimètres. Maintenant, son pied mesure 26 centimètres. De combien son pied a-t-il grandi? (J.D.: 2ième, 3ième année)		X				X	X			≃18,26 petits

?

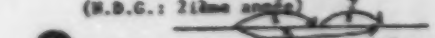
Type 2: État initial — Changement unique — État final

	Nature des données: États: Discret	États: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
① Hier le thermomètre indiquait 4° C sous zéro. Maintenant, il indique 12° C. De combien la température s'est-elle élevée? (N.D.G.: 3ième, 4ième, 5ième, 6ième année)			X			X	X			4° sous zéro 12°
② Hier, le thermomètre indiquait 4° C SOUS ZERO. Maintenant, il indique 12° C AU-DESSUS DE ZERO. De combien la température s'est-elle élevée? (J.D.: 3ième, 4ième, 5ième, 6ième année)			X			X	X			4° sous zéro, 12°
③ Ce matin le soleil s'est levé à 5 hre 39 min. Ce soir le soleil se couchera à 6 hre 19 min. Le soleil sera là pendant combien de temps? (N.D.G.: 3ième, 4ième, 5ième, 6ième année)			X			X		X	ce matin ce soir	5 h 39 6 h 19

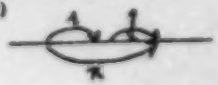
Type 2: État initial ? Changement unique État final

	Nature des données: États: Discret	États: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Éléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
45 Le soleil s'est levé à 4 heures 34 minutes ce matin. Le soleil se couchera à 6 heures 27 minutes ce soir. Le soleil sera là pendant combien de temps aujourd'hui? (J.D.: 3ième, 4ième, 5ième, 6ième année)			X			X		X	ce matin ce soir	4 h 34 6 h 27
5 Ce matin Luc est parti à 10 heures 15 minutes faire une randonnée. Il est revenu à 4 heures 27 minutes l'après-midi. Combien de temps a duré sa randonnée? (D.D.G.: 2ième année)			X			X		X	ce matin après-midi	10 h 15 4 h 27
5 Luc est parti à 10 heures 15 minutes ce matin faire une promenade. Il est revenu à 2 heures 27 minutes l'après-midi. Combien de temps a duré sa promenade? (J.D.: 2ième année)			X			X		X	ce matin après-midi	10 h 15 2 h 27

TYPE 3: SUCCESSION DIRECTE (1er CHANG., 2ième CHANG., RÉSULTANTE ?)

	Nature des données: Etats – Discret	Nature des données: Etats – Continu	Nature des données: Positions – Discret	Nature des données: Positions – Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
a) Michel veut traverser la rivière sans se mouiller les pieds. Il y a des roches en travers de la rivière. Michel saute, il a avancé de 7 roches. Michel saute encore une fois. Il a réussi à traverser la rivière en avançant de 13 roches. De combien de roches a-t-il avancé la deuxième fois? (N.D.G.: 2ième année) 			X		X			X	rivière roches	7,13 petits
b) Michel veut traverser la rivière sans se mouiller les pieds en sautant sur des roches. Il est sur le bord et saute par-dessus 7 roches. Il saute encore une fois et arrive de l'autre côté. Il a réussi à traverser la rivière en sautant par-dessus 13 roches. Il a sauté par-dessus combien de roches la deuxième fois? (J.D.: 1ère, 2ième, 4ième, 6ième année)			X		X			X	bord roches autre côté	7,13 petits

Type 3: Séquence directe 1er changement, 2ième changement, Résultante ?

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
k) Pendant le cours d'éducation physique les enfants doivent faire des sauts sur un seul pied. Jean fait un saut de 30 centimètres. Il saute encore. Après ces 2 sauts, il a avancé de 62 centimètres. Quelle longueur a-t-il sauté la seconde fois? (N.D.G.: 2ième année)				X	X			X	seconde fois	30,62 petits
l) Pendant le cours d'éducation physique, les enfants doivent faire des sauts sur un seul pied. Jean fait un saut de 30 centimètres. Il saute encore une fois. Après ces 2 sauts, il a avancé de 64 centimètres. Quelle longueur a-t-il sauté la seconde fois? (J.D.: 2ième année)				X	X			X	seconde fois	30,64 petits
j) On place tout ce qu'il faut sur une plate-forme pour refaire le toit d'un immeuble. La plate-forme monte doucement de 75 mètres vers le toit qui est à 200 mètres de hauteur. De combien doit-elle encore monter pour arriver au toit? (N.D.G.: 2ième année & J.D.: 2ième année) 				X	X		X		toit	75,200 gros

Type 3: Séquence directe 1er changement, 2ième changement, Résultante ?

	Nature des données				Nature des changements		Changement opéré par:			
	Etats		Positions							
	Discret	Continu	Discret	Continu	Déplacement	Transformation	Eléments eux-mêmes	Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
⊙ Une équipe de 3 coureurs participe à une course. Un équipier court 150 mètres, un autre court 200 mètres, l'autre termine la course. Si l'épreuve de course était de 500 m, quelle longueur doit courir celui qui termine? (H.D.G.: 3ième, 4ième année)				X	X			X	termine	150,200,500 gros
⊙ Une équipe de 3 coureurs participe à une course à relais. Un équipier court 150 mètres, un autre court 200 mètres, l'autre termine la course. Si la longueur de la course à relais est de 500 mètres, quelle longueur doit courir celui qui termine la course? (J.D.: 3ième, 4ième année)				X	X			X	termine la course	150,200,500 gros
⊙ Alain joue aux billes. Il gagne 12 billes. Il joue une autre fois. Dans les deux parties, il a gagné 31 billes. Que s'est-il passé la seconde fois? (H.D.G.: 3ième année)	X					X		X	seconde fois	12,31 petits

Type 3: Séquence directe 1er changement, 2e changement, Résultante

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
a) Alain joue aux billes. Il gagne 12 billes. Il joue une autre fois. Après les deux parties, il a gagné 31 billes. Que s'est-il passé la seconde fois? (J.D.: 3ième année)	X					X		X	seconde fois	12,31 petits
b) Monsieur Leblanc part pour Toronto. Il parcourt 350 kilomètres et il s'arrête pour faire le plein d'essence. Si la distance à parcourir de son point de départ à Toronto est 925 kilomètres, de combien doit-il encore se déplacer? (M.D.G.: 4ième, 5ième année & J.D.: 3ième, 5ième année)				X	X		X	X	Point de départ Plein d'essence Toronto	350,925 gros
c) Jean fait une clôture le long de son chemin. Il en fait un peu moins que 17 mètres et s'arrête car il n'a plus de bois pour finir le 17 mètres qu'il voulait faire. Il revient du magasin avec du bois et continue sa clôture. Quand la clôture est finie elle mesure 28 mètres. Quelle longueur a-t-il fait en revenant du magasin? (M.D.G.: 2ième année)				X		X		X	Retour du magasin	17,28 petits

?

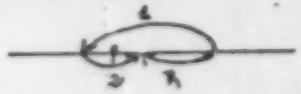
Type 3: Séquence directe 1er changement, 2e changement, Résultante

	Nature des données				Nature des changements		Changement opéré par:			
	États		Positions							
	Discret	Continu	Discret	Continu	Déplacement	Transformation	Eléments eux-mêmes	Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(B) Jean fait une clôture le long de son chemin. A la fin de l'avant-midi, il a fabriqué 17 mètres et un peu moins qu'un mètre. Le soir, la clôture est terminée. Elle mesure 28 mètres. Quelle longueur de clôture a-t-il fabriqué dans l'après-midi? (J.D.: 2ième à 5ième année)				X		X		X	la fin de l'avant-midi le soir après-midi	17,28 petits
(C) L'autobus scolaire attend la sortie des enfants à l'école St-Claire. L'école se termine, 17 enfants du premier cycle montent dans l'autobus. Les enfants du second cycle arrivent. Quand les 46 enfants de l'école St-Claire sont montés, l'autobus ferme ses portes. Combien d'enfants du second cycle de l'école St-Claire sont montés? (B.D.G.: 3ième année seulement)	X					X	X		1er cycle 2e cycle	17,46 petits

TYPE 4: SUCCESSION INDIRECTE: 1ER CHANG., 2IEME CHANG., RESULTANTE (dans le sens du 1er chang.)

	Nature des données: Etats: Discret	Etats: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
Alain va jouer à un jeu. Dans le jeu il peut perdre ou gagner des jetons. Il commence une nouvelle partie. Il perd 6 jetons au premier coup. Il joue un autre coup. Sur les deux coups il a perdu 4 jetons. Que s'est il passé au deuxième coup? Explique (M.D.G.: 3ième à 4ième année)	X					X		X	1er coup 2e coup	petits
Alain joue à un jeu. Dans le jeu, il peut gagner ou perdre des jetons. Il a déjà joué avec ses amis plusieurs coups. Il joue un autre coup; il perd 6 jetons. Il joue encore une fois; on ne te dit pas ce qui s'est passé. Si on sait qu'après ces deux coups, il a 4 jetons de moins qu'avant les deux coups, dis-moi s'il a gagné ou perdu au deuxième coup et combien. (J.D.: 4ième à 5ième année)	X					X		X	2e coup	petits
Des laveurs de vitres sont installés sur une plate-forme. On descend la plate-forme de 100 mètres. On la déplace encore une fois. Finalement, elle a descendu de 70 mètres depuis le début. Que s'est-il passé la seconde fois? (M.D.G.: 4ième année)				X	X		X		début plate-forme 2nd fois	100,70 gros

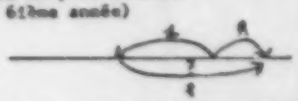
Type 4: Séquence indirecte: 1er changement, 2e changement, Résultante (dans le sens du 1er chang)

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur ou problème	Nombres mis en jeu
⑨ Des laveurs de vitres sont installés sur une plate-forme. On descend la plate-forme de 100 mètres. On la déplace une deuxième fois, on ne te dit pas comment. Si on sait qu'à la fin la plate-forme a descendu de 60 mètres depuis le début, dis-moi si elle a monté ou descendu la deuxième fois et de combien. (J.D.: 4ième à 6ième année) 				X	X		X		2nd fois début	100,60 gros

?

TYPE 5: SÉQUENCE INDIRECTE , CHANG. , 2IÈME CHANG. , RÉSULTANTE (dans le sens du 2ième chang.)

	Nature des données: États: Discret	États: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Éléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
⑦ Alain va jouer à un jeu. Dans ce jeu il peut gagner ou perdre des jetons. Il commence une nouvelle partie. Il perd 7 jetons au premier coup. Il joue un autre coup. Sur les deux coups il a gagné 3 jetons. Que s'est-il passé au deuxième coup? (N.D.G.: 4ième, 5ième, 6ième année)	X					X		X	1er coup 2e coup	petits
⑧ Alain joue à un jeu. Dans le jeu, il peut gagner ou perdre des jetons. Il a déjà joué avec ses amis plusieurs coups. Il joue un autre coup, il perd 7 jetons. Il joue encore une fois, on ne te dit pas ce qui s'est passé. Si on sait qu'après ces deux coups, il a 3 jetons de plus qu'avant les deux coups, dis-moi s'il a gagné ou perdu au deuxième coup et combien? (J.D.: 6ième année)	X					X		X	2e coup	petits



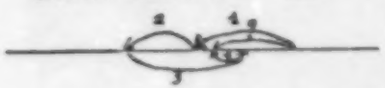
Type 5: Séquence indirecte, chang., ?ième chang., résultante (dans le sens du ?ième chang.)

	Nature des données: Brute: Discret	Nature des données: Brute: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(5) Des laveurs de vitres sont installés sur une plate-forme. On descend la plate-forme de 100 mètres. On la déplace une seconde fois. Finalement elle a monté de 30 mètres depuis le début. Que s'est-il passé la seconde fois? (N.D.G.: 5ième à 6ième année)				X	X		X		2nd fois début	100,30
(6) Des laveurs de vitres sont installés sur une plate-forme. On descend la plate-forme de 100 mètres. On la déplace une deuxième fois, on ne te dit pas comment. Si on sait qu'à la fin la plate-forme a monté de 30 mètres depuis le début, dis-moi si elle a monté ou descendu la deuxième fois et de combien? (J.D.: 6ième année)				X	X		X		2ième fois début	100, 30

?

TYPE 6: SEQUENCE INDIRECTE RESULTANTE ?
RÉUNION DE TRANSFORMATION RÉSULTANTE

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
4 Pierre joue aux billes. Dans une partie, il perd 12 billes. A la partie suivante, il perd 7 billes. Il joue encore, il gagne 11 billes. Il joue une dernière partie et perd 4 billes. Est-ce qu'il a bien fait de jouer? Explique. (N.D.G.: 4ième année)	X					X		X		petits
5 Pierre joue à un jeu. Dans ce jeu, il peut perdre ou gagner des jetons. Il commence une nouvelle partie. Il perd d'abord 12 jetons, il en gagne ensuite 7, il en gagne 11 et perd ensuite 4 jetons. Est-ce qu'il a plus de jetons ou moins de jetons qu'au début du jeu? Combien de plus ou de moins? (N.D.G.: 5ième à 6ième année)	X					X		X	début du jeu	petits



Type 6: Séquence Indirecte, Résultante

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
? Pierre joue aux billes. Dans une partie, il perd 12 billes. A la partie suivante, il perd 7 billes. Il joue encore, il gagne 11 billes. Il joue une dernière partie et gagne 9 billes. Alain obtient le même résultat que Pierre en un seul coup. Qu'a-t-il fait: a-t-il gagné ou perdu? Combien? (J.D.: 4ième, 5ième à 6ième année)	X					X		X		petits
? Des laveurs de vitres se déplacent sur une plate-forme. La première fois, la plate-forme descend de 450 mètres. La deuxième fois, elle descend de 200 mètres. La troisième fois, elle monte de 150 mètres. Etait-il nécessaire de faire tous ces déplacements pour amener la plate-forme où elle est maintenant? Explique. (M.D.G.: 5ième)				X	X		X		1ère fois 2e fois 3e fois	450, 200, 150 gros

Type 6: Séquence Indirecte, Résultante ?

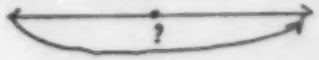
	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(5) Des laveurs de vitres se déplacent sur une plate-forme. La première fois, la plate-forme descend de 450 mètres. La deuxième fois, elle descend de 200 mètres. La troisième fois, elle monte de 150 mètres. Les laveurs de vitres sont-ils plus haut ou plus bas qu'au départ? De combien plus haut ou plus bas? (N.D.G.: 6ième)				X	X		X		1ère fois 2e fois 3e fois départ	450,200,150
(6) Des peintres sont sur une plate-forme. La première fois, la plate-forme descend de 450 mètres. La deuxième fois, elle descend de 200 mètres. La troisième fois, elle monte de 150 mètres. La quatrième fois, elle monte de 250 mètres. Etait-il nécessaire de faire tous ces déplacements pour amener la plate-forme où elle est maintenant? (J.D.: 5ième à 6ième année)				X	X		X		1ère fois 2e fois 3e fois 4e fois	450,200,150 250 gras
(7) Nicolas a fait des pâtés de sable. Son petit frère en brise 7. Nicolas en refait 9 puis le petit frère en brise 4. Y a-t-il plus ou moins de pâtés qu'au début? Combien de plus ou de moins? (N.D.G.: seulement 6ième année)	X					X		X	début	petits

?

Type 6: Séquence Indirecte, Résultante

	Nature des données				Nature des changements		Changement opéré par:			
	Etats		Positions							
	Discret	Continu	Discret	Continu	Déplacement	Transformation	Eléments eux-mêmes	Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
① On joue aux billes par équipes de 4. Dans une équipe voici ce qui s'est passé pendant un tour: Alain a perdu 12 billes, Michel a gagné 8 billes, Jean a gagné 13 billes, Daniel a perdu 7 billes. L'équipe a-t-elle gagné ou perdu des billes à la fin de ce tour? Combien de billes a-t-elle gagnées ou perdues? (M.D.G.: 5ième année)	X					X		X	équipe de 4	petits
② On joue aux billes par équipes de 4. Dans une équipe, voici ce qui s'est passé pendant un tour: Alain a perdu 12 billes, Michel a gagné 8 billes, Jean a gagné 13 billes, Daniel a perdu 7 billes. Le chef de l'équipe inscrit ce que le tout a rapporté au total. Que va-t-il inscrire? (J.D.: 4ième, 5ième année)	X					X		X	équipe de 4	petits

TYPE 7: DEPLACEMENT NON-CONTINU: 1ER CHANG., 2IEME CHANG., RESULTANTE ? (coupure: 2 dépl. en sens contraire)

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
❺ Les enfants font un jeu: Le premier qui arrive au mur en courant est le gagnant. Les enfants courent. Le professeur dit "stop". Les enfants arrêtent. Paul doit reculer de 7 mètres car il a triché. Le professeur dit "courez". Si avant que Paul recule, il ne lui restait que 17 mètres à faire pour toucher le mur. De combien doit-il avancer maintenant pour atteindre le mur? (M.D.G.: 5ième année) 				X	X		X		stop mur	petits	32
❻ Les enfants font un jeu: le premier qui arrive au mur en courant est le gagnant. Les enfants courent, le professeur dit "stop". Les enfants arrêtent. Paul doit reculer de 7 mètres car il a triché. Avant de reculer, il ne lui restait que 17 mètres à faire pour toucher le mur. De combien doit-il avancer maintenant pour atteindre le mur? (J.D.: 5ième année)				X	X		X		stop mur	petits	

Type 7: Déroulement non-continu: 1er chang., 2e chang., en sens contraire, Résultante ?

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
① Louise part du mur qui est 23 mètres derrière le professeur, prend le ballon et court jusqu'à l'autre mur qui est à 44 mètres devant le professeur. Quelle longueur a-t-elle parcourue? (N.D.G.: 2ième année)				X	X		X		mur professeur autre mur	petits
② Louise prend le ballon des mains du professeur. Elle recule de 23 mètres. Elle doit courir le porter dans le panier qui est à 44 mètres devant le professeur. Quelle longueur doit-elle parcourir? (J.D.: 2ième à 3ième année)				X	X		X		professeur panier	petits
③ Pendant le déjeuner, Mme Martin détricote 12 centimètres et un demi centimètre de son foulard parce qu'elle s'est trompée. Elle finit son foulard pendant la journée. S avant de détricoter, il lui restait 25 centimètres à faire pour terminer son foulard, combien a-t-elle tricoté après le déjeuner? (N.D.G.: 3ième à 4ième année)		X				X		X	déjeuner après le déjeuner	petits

Type 7: Déroulement non-continu: 1er chang., 2e chang., en sens contraire, résultante ?

	Nature des données				Nature des changements		Changement opéré par:		Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
	Etats		Positions							
	Discret	Continu	Discret	Continu	Déplacement	Transformation	Eléments eux-mêmes	Personne extérieure		
⑦ Mme Martin a commencé à tricoter un foulard. Pendant le dîner, elle en défait 12 centimètres et un demi centimètre car elle s'est trompée. Elle finit son foulard pendant l'après-midi. Si avant de le défaire, il lui restait 25 centimètres à tricoter pour terminer son foulard quelle longueur a-t-elle tricoté dans l'après-midi? (J.D.: 4ième à 5ième année)		X				X		X	dîner après-midi	petits

TYPE 6: ETAT INITIAL, SEQUENCE INDIRECTE, ETAT INTERMEDIAIRE

	Nature des données: Etats: Discret	Etats: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu	
v) A la gymnastique le professeur dépose un petit sac de sable sur la tête de Jean. Il doit aller le porter le plus vite possible au but. Jean échappe le petit sac. Il doit reculer de 8 mètres. Il avance ensuite de 10 mètres. Il est maintenant à 4 mètres du but. A quelle distance du but était-il quand il a échappé le petit sac? (B.D.G.: 3ième & 4ième année)				X	X		X		but moment où il échappe le sac	petits	55
ⓥ Le professeur de gymnastique dépose un petit sac de sable sur la tête de Jean. Jean doit aller le porter le plus vite possible au but, sans l'échapper. Jean part. A un moment donné, il échappe le sac. Il doit reculer de 8 mètres. Il avance ensuite de 10 mètres. Il est maintenant à 4 mètres du but. A quelle distance du but était-il quand il a échappé le petit sac? (B.D.G.: 5ième & 6ième année)				X	X		X		départ moment où il échappe le sac but	petits	

?

Type 8: État initial, Séquence indirecte, État intermédiaire

	Nature des données: États: Discret	États: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(a) A la gymnastique, le professeur dépose un petit sac de sable sur la tête de Jean. Il doit aller le porter le plus vite possible au but. Jean échappe le petit sac. Il doit reculer de 8 mètres. Il avance ensuite de 1 mètres. Il est maintenant à 4 mètres du but. A quelle distance du but était-il quand il a échappé le petit sac? (J.D.: 5ième à 6ième année)				X	X		X		but moment où il échappe le sac	petits
(b) Des laveurs de vitres sont installés sur une plate-forme. La plate-forme descend de 450 mètres, puis elle descend une seconde fois de 200 mètres. La troisième fois, elle monte de 250 mètres, puis elle descend de 150 mètres. Après la troisième fois, les laveurs de vitres étaient à 300 mètres de haut. A quelle hauteur étaient-ils au début? (J.D. seulement)				X	X		X		début 2nd fois 3e fois	450,200,250 150,300 gros

?

Type 8: Etat initial, Séquence indirecte, Etat intermédiaire

	Nature des données: Etats: Discret	Nature des données: Etats: Continu	Nature des données: Positions: Discret	Nature des données: Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Nature des changements: Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Changement opéré par: Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(7) Pierre va jouer aux billes. Au premier coup, il perd 7 billes. Au deuxième coup, il perd 5 billes. Au troisième coup, il gagne 11 billes. Au quatrième coup, il gagne 5 billes. Après le troisième coup, il avait 31 billes. Combien de billes avait-il au début du jeu?	X					X		X	début 1er coup 2e coup 3e coup	petits
(7) Pierre joue aux billes. Au premier coup, il perd 7 billes. Au deuxième coup, il perd 5 billes. Au troisième coup, il gagne 11 billes. Au quatrième coup, il gagne 5 billes. Après le troisième coup, il a 31 billes. Combien de billes avait-il au début du jeu? (J.D.: 6ième année)	X					X		X	début 1er coup 2e coup 3e coup 4e coup	petits

TYPE 9: Point de repère initial non-fixé / Séquence indirecte / Intervalle entre point initial & point final / Point de repère final non-fixé

	Nature des données: Etats: Discret	Etats: Continu	Positions: Discret	Positions: Continu	Nature des changements: Déplacement	Transformation	Changement opéré par: Eléments eux-mêmes	Personne extérieure	Système repère extérieur au problème	Nombres mis en jeu
(2) Une bombe part d'un sous-marin et s'élève d'abord de 150 mètres. Elle continue à monter de 450 mètres et puis redescend de 200 mètres, là elle explose en touchant la mer. A quelle profondeur sous l'eau se trouve le sous-marin? (B.D.G.: 6ième année)				X	X		X		sous-marin niveau de la mer	150,450 200 zéro
(4) Une bombe part d'un sous-marin et s'élève d'abord de 150 mètres. Elle continue à monter de 450 mètres et puis redescend de 200 mètres. Là, elle explose en touchant la mer. A quelle profondeur sous l'eau se trouve le sous-marin? (J.D.: 6ième année)				X	X		X		sous-marin niveau de la mer	150,450 200 zéro

NOTRE-DAME-DE-GRÂCE

Tableau de répartition des problèmes par niveau, identifiés et regroupés par structure.

Structure		Problèmes	Niveaux # de sujets				
Type	Code	Description	3e	3a	4e	5e	6e
1	f	Problème rejeté par la suite: "Pierre joue aux billes" (rejeté car les enfants y voient plus des états que des transformations; on ne croit pas que les dessins pourraient être intéressants: le problème est souvent résolu en jouant avec des nombres négatifs).	31				
1	g	Problème non modifié "laveurs de vitres."		31			
2	a	Problème conservé intégralement: "température".		33	28	39	29
2	b	Problème modifié nombres: "durée jour" (modifications dans la disposition: les chiffres n'apparaissent plus placés l'un en dessous de l'autre; changements dans les nombres pour éviter ambiguïté d'interprétation de la réponse).		28	29	30	23
2	b'	Problème modifié nombres "durée randonnée".	32				
2	c	Problème conservé intégralement: "billes reconstitution".	30				
2	f	Problème beaucoup modifié: "arrêt d'autobus" (problème modifié pour correspondre à la structure état 1, transformation état f.)	33				
2	g	Problème conservé intégralement: "pied de Benoît".	29				
2	h	Problème modifié nombres "fusée" (raison: trop gros nombres causant des difficultés, inutile pour l'investigation que l'on veut faire).	33				
3	c	Problème rejeté: "autobus" (car résultats semblables: #.% d'échec, #. stratégies d'erreurs que dans le problème des billes).		27			
3	j	Problème conservé intégralement "laveurs vitres" déplacement.	29				
3	k	Problème conservé "saute" continu.	35				
3	l	Problème un peu modifié, "roches, rivière" (pour fins de clarté).	31				
3	m	Problème un peu modifié "clôture" (pour fins de clarté).	30				
3	n	Problème très peu modifié "course à relais" (changement d'expressions écrites pour clarifier).		25	28		
3	o	Problème conservé intégralement: "jeu de billes."		27			
3	p	Problème conservé intégralement: "M. Leblanc."			30	31	
4	u	Problème beaucoup modifié: jeu "jetons" (reformulation de la question dans des termes directs, situation de l'action dans le temps).		28	32		

4	v	Problème peu modifié:"laveurs de vitres" (*resituation de l'action dans le temps de façon plus claire*).			30			
5	γ	Problème peu modifié: jeu"jetons"(*resituation de l'action dans le temps, question plus directe*).			31	32	29	
5	δ	Problème beaucoup modifié:"laveurs de vitres" (*resituation de l'action dans le temps, question plus directe*).				35	27	
6	γ	Problème conservé intégralement:"plate-forme séquence"*légère modification (ajout d'un déplacement)*.				33	27	
6	ε	Problème beaucoup modifié:"jeu de billes (séquence)"(*la question était trop ouverte; reformulation de la question de façon plus précise*).			28	30	30	
6	ε	Problème peu modifié:"jeu de billes (équipes)" (*reformulation de la question de façon plus précise*).				33		
6	ε	Problème rejeté:"Nicolas pâtes de sable" (*rejeté car identique au jeu de billes, séquence: d.t de réussite et plus difficile à illustrer car il fait plus référence à un état initial que l'autre pour raisonner*).					25	
7	λ	Problème peu modifié:"gymnase Louise"(*modification pour fins de clarté*).	28					
7	κ	Problème peu modifié"enfants jeu gymnase " (*modification d'une expression dans le texte*) .				36		
7	τ	Problème peu modifié:"Mme Martin"(*pour fins de clarté*).		33	31			
8	υ	Problème conservé intégralement:"gymnastique sacs de sable".		33	29	29	27	
8	π	Problème conservé intégralement:"Pierre joue aux billes".					29	
9	ω	Problème conservé intégralement: l.. bombe .					25	

Apparaissent le nombre d'enfants pour les deux classes A et B par niveau.

ECOLE DES JEUNES DECOUVREURS

Tableau de répartition des problèmes par niveau, identifiés et regroupés par structure.

Problèmes			Niveaux # de sujets					
Type	Code	Description	1ère	2e	3e	4e	5e	6e
1	q	Problème peu modifié: "laveuse de vitres."			27.26			
2	d	J.D. seulement: "bloc pigé dans un sac."	26.27	13.(B)	27.26	27.(B)		
2	e	J.D. seulement: "lapins."	26.27	13.(A)		27.(B)		
2	f	Problème beaucoup modifié: "arrêt d'autobus, enfants en rang."		15.(B)		27.(A)		
2	h	Problème modifié: "nombres fusés."		19.14				
2	c	Problème conservé intégralement: "billes."	26.27	15.(A)				
2	g	Problème conservé intégralement: "pied de Benoît."		16.(A)	27.26		28.(A)	
2	a	Problème conservé intégralement: "température."			27.26	27.27	28.26	26.25
2	b	Problème modifié: "nombre durée du jour."			27.26	27.27	28.26	26.25
2	b'	Problème modifié: "nombre durée randonnée."		14.18				
3	l	Problème un peu modifié: roches rivière."	26.27	16.16		27.27		26.25
3	k	Problème conservé: "saute, continu."		12.(B)				
3	j	Problème conservé intégralement: "laveuse vitres déplacement."		14.(A)				
3	n	Problème un peu modifié: "course à relais."			27.26	27.(B)		
3	o	Problème conservé intégralement: "jeu de billes."			27.26			
3	p	Problème conservé intégralement: "M. Leblanc."			27.26		28.(A)	
3	m	Problème un modifié: "clôture."		17.(B)			26.(B)	
4	u	Problème beaucoup modifié: "jeu jetons."				27.(B)		25.(B)
4	v	Problème peu modifié: "laveuse de vitres."				27.(A)		26.(A)
5	ɣ	Problème peu modifié: "jeu jetons."					28.(A)	
5	δ	Problème beaucoup modifié: "laveuse de vitres."					26.(B)	

6	t	Problème beaucoup modifié: "jeu billes/séquence."				27.(A)	26.(A)	25.(A)
6	y	Problème conservé intégralement: "plate-forme séquence."						26.(A)
6	a	Problème peu modifié: "jeu de billes (équipes)."				27.(A)	26.(B)	
7	i	Pt bilme peu modifié: "gymnase Louise."		13.18	27.26			
7	u	Problème peu modifié: " enfants jeu gymnase."					28.26	
7	e	Problème peu modifié: "jeu Martin."				27.27	28.(A)	
8	u	Problème conservé intégralement: "gymnase sacs de sable."					28.26	26.25
8	e	Problème conservé intégralement: "jeu de billes."						26.(A)
8	β	J.D. seulement: "laveurs de vitres."						25.(B)
9	∝	Problème conservé intégralement: "la bombe."						26.25

Problèmes expérimentés aux deux écoles

Type	Code	Ecole A (groupe témoin)	Ecole B
1	g	3e année	3e année
2	a	3e, 4e, 5e, 6e	3e, 4e, 5e, 6e
	b	3e, 4e, 5e, 6e	3e, 4e, 5e, 6e
	b'	2e	2e
	c	2e	1e, 2e
	f	2e	2e, 4e
	g	2e	2e, 3e, 5e
	h	2e	2e
3	j	2e	2e
	k	2e	2e
	l	2e	1e, 2e, 4e, 6e
	m	2e	2e, 5e
	n	3e, 4e	3e, 4e
	o	2e	3e
	p	4e, 5e	3e, 5e
4	u	3e, 4e	4e, 6e
	v	4e	4e, 6e
5	α	4e, 5e, 6e	5e
	ζ	5e, 6e	5e
6	t	4e, 5e, 6e	4e, 5e, 6e
	u	5e, 6e	6e
	s	5e	4e, 5e
7	i	2e	2e, 3e
	x	5e	5e
	r	3e, 4e	4e, 5e
8	ν	3e, 4e, 5e, 6e	5e, 6e
	β	6e	6e
9	α	6e	6e

ANNEXE 3

ANNEXE 3

I. GRILLE DE CODAGE DES REPRÉSENTATIONS DÉVELOPPÉES PAR LES ENFANTS POUR ILLUSTRER UN CHANGEMENT*

UTILISATION DE LA GRILLE

Les dessins d'enfants ont été codifiés sous la forme du vecteur présenté ci-haut. Les caractéristiques reconnues dans le dessin sont notées en inscrivant la cote 1 ou 2 dans certains cas – à l'adresse correspondante sur le vecteur. La cote 0 indique l'absence de la caractéristique dans le dessin. Il y a donc 14 catégories possibles, réparties en 5 sous-groupes: aucune représentation, représentation statique, illustration du changement, illustration après "effaçage", codes supplémentaires.

* Utilisée pour les situations qualitatives à illustrer mettant en jeu un changement (1ère, 2e années), ou les problèmes à illustrer mettant en jeu la reconstruction d'un changement simple (1ère à 6e années / Type 2)

Aucune représentation

L'enfant ne donne aucune illustration de la situation comme telle. À l'endroit indiqué par la flèche, le correcteur inscrit la cote 1 ou 2 selon le cas, et évidemment nous retrouvons la cote 0 partout ailleurs sur le vecteur.

—

2
[1] [00] [0000000] [00] [00]
↑

Non-illustré

1 - n'illustrent rien
- farfelu (réponse n'ayant aucun rapport avec la situation)
- réponses numériques et équation (situations "balloune"*, ballon*, cartes**)

2 - dessin opératoire (dessin support pour compter), dans le cas des problèmes mettant en jeu une reconstruction

Représentation statique

—

[0] [10] [0000000] [00] [00]
↑

Objet illustrent l'objet brut, une représentation d'éléments du contexte sans plus

1 exemples:
- un cercle pour ballon-balloune*
- cartes ou règles isolées**

—

[0] [01] [0000000] [00] [00]
↑

État situation illustrée à un moment donné du déroulement (photo statique)

1 exemples:
- agent présent avec "balloune"* ou ballon (maman avec balloune à la bouche
- agent présent avec règles** ou cartes
- cartes ou règles rangées

---

* Référence à une situation de transformation "balloune" qui grossit, ballon qu'on déplace.

** Référence à une situation de transformation: collection de cartes ou règles qu'on a rangées et qu'un agent externe vient déranger.

Illustration du changement

L'enfant utilise dans son dessin des codes qui illustrent le changement. Nous retrouvons dans le 3e sous-groupe 7 catégories alors possibles, identifiées plus loin à l'aide de flèches. La cote 1 (2, 3, 4, 5, 6, dans le cas des autres "codes de changement") indique la présence du code retrouvé dans le dessin. Dans ce type de représentation, la seule cote à paraître dans les 2 premiers sous-groupes est 0 (le dessin n'étant pas statique, mais illustrant ici un certain dynamisme).

—

[0] [00] [0000000] [00] [00]
1
2

Répétition de l'objet :
l'objet transformé est répété plusieurs fois sur une image

1 - l'objet transformé est répété plus de 2 fois sur une même image

2 - l'objet transformé est répété 2 fois - la représentation est toutefois distincte d'une illustration de l'état initial et final
exemple: 2 objets représentant un état intermédiaire et final

—

[0] [00] [0100000] [00] [00]

Succession d'états

1 - photos-clichés prises à différents moments de la transformation (sorte d'histoire sans parole illustrant un déroulement dans le temps)

—

[0] [00] [0010000] [00] [00]

Répétition de l'agent de transformation

1 - l'agent seul est répété
N.B. une répétition de l'agent avec objet représente une succession d'états

[0] [00] [00010000] [00] [00]

Changement de position (d'emplacement) de l'objet transformé

1 par exemple:
- ballon-balloune: lorsque l'objet monte ou descend.
- cartes = règles: lorsqu'on indique un changement d'emplacement

[0] [00] [00001000] [00] [00]

Changement de grandeur de l'objet

1 - lorsqu'on indique pour l'objet répété sur l'image un changement de grandeur

[0] [00] [00000020] [00] [00]

3
4
5
6

Autres codes illustrant un changement

2 - codes empruntés aux bandes dessinées
3 - code illustrant un déséquilibre, une action en cours (spécifique aux cartes et règles)
4 - code symbolique (flèches...)
5 - code illustrant la concentricité (spécifique à la balloune)
6 - code illustrant une trajectoire (indiqué par flèches ou pointillés)

[0] [00] [00000001] [00] [00]

États initial et final

1 - illustration représentant l'état initial et l'état final de la situation, par exemple:
balloune: petite et grosse balloune
ballon: ballon au pied et ballon plus élevé
cartes: cartes sur table et cartes sur le sol
règles: règles non-rangées et règles rangées

Illustration après effaçage

Dans la codification du dessin, la procédure entière de l'enfant est notée. Lorsque celui-ci efface son dessin pour en refaire un d'un autre type, ici le correcteur code le produit final (dans le 4e sous-groupe).

—

[0] [00] [0000000] [10] [00]
2

"Effaçage" pour revenir à statique

1 - après avoir effacé, une représentation statique est reproduite
2 - pour règles, un dessin opératoire est reproduit après effaçage

—

[0] [00] [0000000] [01] [00]

"Effaçage" pour revenir à dynamique

1 - Le produit final est une représentation dynamique (illustrant le changement),

Codes supplémentaires

L'enfant utilise de plus certains codes qui font référence de façon externe à un changement. Ils viennent en quelque sorte renforcer l'idée du changement. Ces codes sont notés dans le dernier sous-groupe.

—

[0] [00] [0000000] [00] [10]

Implication de l'agent de changement

1 Par exemple
- contact direct de l'agent avec l'objet (ex. maman qui gonfle une balloune)
- déséquilibre de l'agent vers l'objet transformé (ex: bonhomme penché vers les cartes)

[0] [00] [0000000] [00] [01]

Codes externes

1 - contexte: qui précise la situation et renforce l'idée de changement
- contexte verbal: place la situation dans un contexte spécifique (ex: "Bonne Fête")
- mimiques: expression significative (ex: pleurs, joues gonflées dans le cas de la maman soufflant la balloune)

ANNEXE 4

ANNEXE 4

GRILLE DE CODAGE DES REPRÉSENTATIONS DÉVELOPPÉES PAR LES ENFANTS POUR ILLUSTRER UNE SÉQUENCE DE CHANGEMENTS

(dans les problèmes des types 3, 4, 5, 6, 7, 8)

Afin de procéder à l'analyse de ce type de dessins, nous nous sommes servis d'une grille-type telle que présentée à la page suivante.

Notre analyse s'effectue alors en quatre étapes.

1ère étape : Représentation de l'état initial

Pour les problèmes de types 4, 5, 6, 7 et 8, le correcteur note dans une première marge si l'enfant a représenté un état initial (ou une position de départ) dans son dessin*. Il faut spécifier alors quel est ce point de départ:

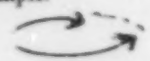
Exemple: - **Origine** (dans le cas de positions)

- **E_I fictif** (état initial fictif)
- **pt quelconque** (un point quelconque sur une droite)
- **E_I = 1er chgt** (un état qui correspond de fait à la première transformation du problème)

* Ce codage rend compte du besoin d'état initial ressenti par l'enfant pour pouvoir fonctionner dans ce type de problèmes

2e étape : Représentation du premier changement

Le correcteur doit noter si l'enfant a représenté le changement dans son dessin. Il faut alors déterminer le type de représentation du changement développée (statique ou dynamique) et si des codes venant renforcer l'idée de changement l'accompagnent. Le codage se fait selon la typologie mise au point précédemment pour les représentations du changement développées par les enfants.

Représentation de E_I	Représentation du premier changement			Représentation de la séquence de changement	
	Représentation statique	Représentation dynamique	Codes venant renforcer l'idée de changement	Aucune représentation de la séquence	Représentation de la séquence
Pour les problèmes de types 4, 5, 6, 7 et 8 Noter si l'enfant se donne un pt de départ: • zéro • E_I fictif • pt quelconque (sur une droite) • E_I qui correspond au premier changement, etc.	– (feuille vide) **Rien** **Op** (dessin support pour compter) **Objet** représentation d'éléments du contexte, sans plus **État** représentation d'un état donné du chgt	E_I E_F état initial et état final **Répt** répétition, sur la même image, de l'objet transformé **Suc** succession d'états (d'images) de la situation (déroulement dans le temps illustré par une suite d'images) **Act** Action ou chgt en cours **Schem:** codes schématiques • B.D. • symbolique • trajectoire • Note: L'objet de chgt peut être l'agent de transf. lui-même	I_A impl. de l'agent **Rép ag** Répétition de l'agent (lorsque agent ≠ objet transformé) **Co** (codes externes) Exemples: - mimiques - contexte - présence de l'agent non impliqué (dans le cas du pb de la rivière)	**Ch simple:** C_I (initial) C_F (final) $C_I + C_F$ C_2 (2e chgt) La séquence est confondue avec un seul changement **Juxt:** $C_I C_F$ $C_I C_2$ (C_3...) $E_I E_F$ $C_I E_F$ etc... représentent 2 changements (ou états ou 1 chgt + 1 état) juxtaposés (pas d'inclusion perçue par l'enfant)	**Inclusion statique:** Inclusion du premier chgt dans chgt final (2e chgt n'est pas représenté de façon dynamique) E_I E_F **Répt** **Suc** **Act** **Schem** **Comp** C_I C_F illustre une comparaison entre les deux chgts Exemple: 
				Remarques	
				Noter: • Effaçage • Discrétisation (dans le cas du continu) • Pts de repère illustrés • Type 8: indiquer si l'enfant représente l'état final (le but)	

Représentation statique: Dans cette marge, le correcteur note les informations nécessaires s'il y a lieu:

- **rien** (feuille vide)
- **op** (représentation opératoire, dessin support pour compter)
- **objet** (représentation d'éléments du contexte sans plus)
- **état** (situation à un moment donné)

Représentation dynamique: Le correcteur relève alors les types de représentations développées pour illustrer le changement:

- E_I E_F (illustration représentant l'état initial et l'état final du changement)
- **répt** (l'objet transformé est répété - plus de 2 fois sur une même image)
- **suc** (photos-clichés prises à différents moments du changement)
- **act** (action indiquant un changement en cours)
- **schém** (codes plus schématiques: codes empruntés aux bandes dessinées, codes symboliques [incluant symbolique-verbal], codes illustrant une trajectoire. Ces codes doivent être spécifiés entre parenthèses)

Codes venant renforcer l'idée de changement: Dans cette marge le correcteur signale:

- **impl** (l'implication de l'agent, contact direct avec l'objet ou un déséquilibre de l'agent vers l'objet)
- **rép ag** (répétition de l'agent [lorsque ce n'est pas celui-ci qui subit le changement, donc qui est lui-même dans le problème objet de changement])
- **co** (codes externes: mimiques, contexte, présence de l'agent non-impliqué – cas du pb de la rivière par exemple)

3e étape : Représentation de la séquence de changements

Le correcteur note ici si la séquence de changements a été représentée par l'enfant.

Aucune représentation de la séquence: Le correcteur remarque que le dessin de l'enfant n'offre aucune illustration de la séquence de changements. Il faut alors indiquer ce qu'on retrouve dans le dessin:

- **ch simple** (la séquence est confondue avec un changement unique pouvant être le changement initial ou final, le 2e changement ou l'ajout des changements initial et final)

- **juxt** (l'enfant représente deux changements – ou états, ou un état et un changement – par simple juxtaposition, démontrant qu'il ne perçoit aucunement l'inclusion du 1er changement dans la résultante dans la séquence de changements)

Représentation de la séquence: Si l'enfant a bel et bien représenté la séquence, les codes utilisés doivent alors apparaître ici.

- **inclusion statique** (inclusion du 1er changement dans le changement final; le 2e changement n'est pas représenté de façon dynamique)

- **E_I E_F** (on illustre l'état initial et l'état final)

- **répt** (répétition de l'objet transformé)

- **suc** (succession d'images indiquant un déroulement temporel)

- **act** (action indiquant un changement en cours)

- **schem** (codes plus schématiques tels les codes de bandes dessinées, codes symboliques, codes de trajectoire, devant être précisés entre parenthèses)

- **comp C_I C_F** (illustration d'une comparaison entre les deux changements)

4e étape : Remarques

Une quatrième et dernière analyse sert à relever:

- **effaçage** (il faut indiquer si possible quel type de représentation a été effacé et quel est le produit final)

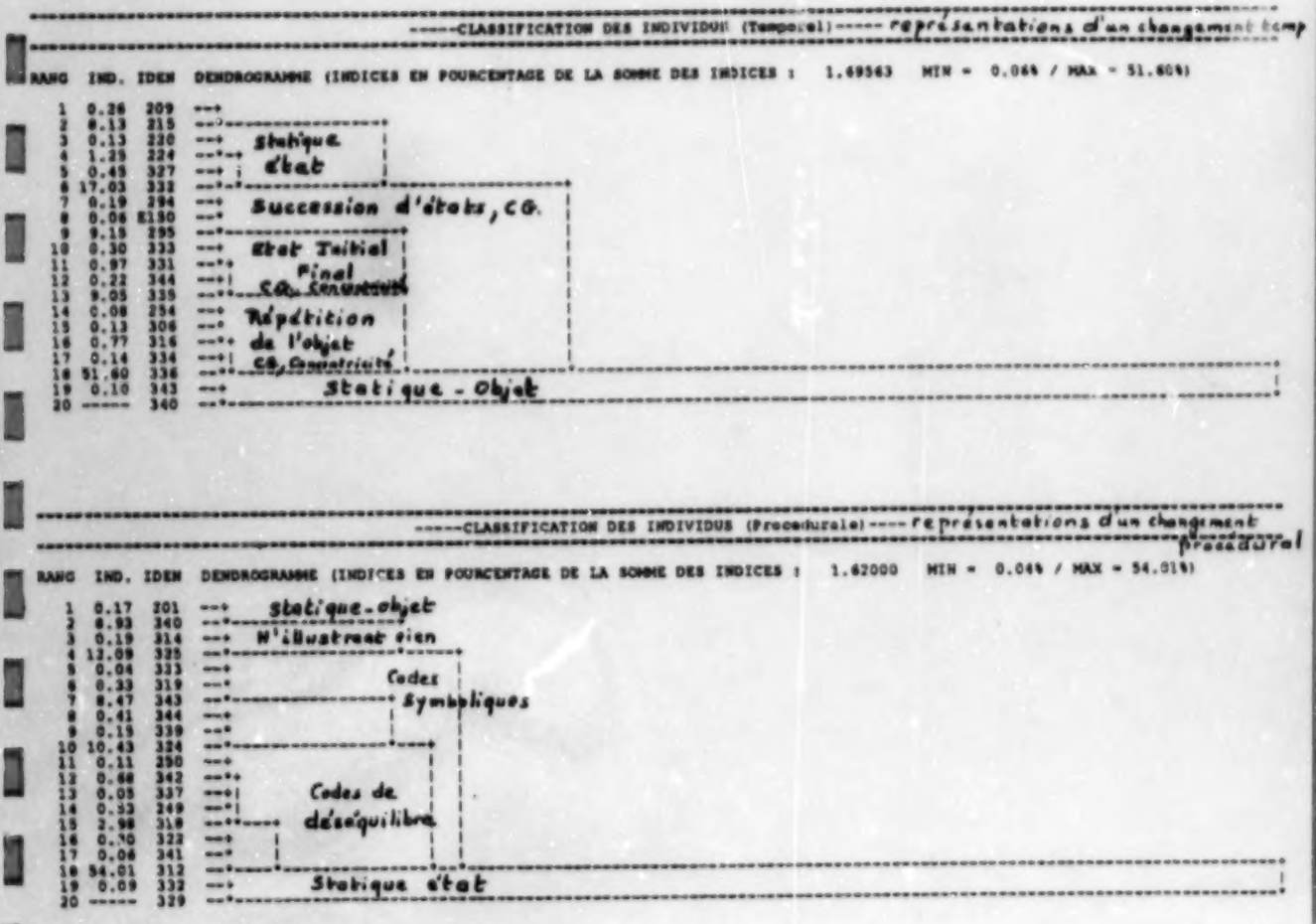
- **discrétisation** (si l'enfant discrétise les données du problème dans son illustration dans le cas de valeurs continues)

- **pts de repère** (signaler les points de repère de l'énoncé retrouvés dans le dessin)

- **dans les cas des problèmes de type 8 : état final** (indiquer si l'enfant représente l'état final – le but)

ANNEXE 5

Annexe 5 - Analyses classificatoires des représentations développées par les enfants en 1ère / 2e années



CARACTERISATION PAR LES MODALITES
DES CLASSES OU MODALITES DE : COUPURE 'c' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES

Représentation d'un changement long

MODALITES CARACTERISTIQUES		IDEN	----- POURCENTAGES ---- CLA/MOD	MOD/CLA	GLOBAL	POIDS	V.TEST	PROB
CLASSE 1 / 5		cc1c			20.23	35		
Representation statique temporelle objet	Presence	OBT2	100.00	100.00	20.23	35	12.74	0.00
Representation dynamique temporelle code changement de grand	Absence	CGT1	39.33	100.00	51.45	89	6.99	0.00
Codes venant accentuer changement implication agent dans tem	Absence	IAT1	37.23	100.00	54.34	94	6.65	0.00
Probleme 1	Non reconstructeur *	P11	41.51	62.86	30.64	53	4.20	0.00
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet	Absence	ROT1	26.92	100.00	75.14	130	4.23	0.00
Representation statique temporelle etat	Absence	ETT1	26.12	100.00	77.46	134	3.94	0.00
Niveau	Premier annee	NIV1	30.77	80.00	52.60	91	3.54	0.00
Representation dynamique temporelle code concentricite	Absence	CNT1	24.82	100.00	81.50	141	3.42	0.00
Probleme 4	Non reconstructeur *	P41	33.33	62.86	38.15	66	3.14	0.00
Representation dynamique temporelle etat initial final	Absence	IFT1	23.81	100.00	84.97	147	2.94	0.00
Effacage pour revenir a du statique dans temporel	Absence	EFT1	23.03	100.00	87.86	152	2.90	0.00
Probleme 3	Quasi-reconstructeur	P33	80.00	11.43	2.89	5	2.50	0.00
Probleme 2	Quasi-reconstructeur	P23	100.00	8.57	1.73	3	2.42	0.00
CLASSE 2 / 5		cc2c			28.90	50		
Representation statique temporelle etat	Presence	ETT2	100.00	78.00	22.54	39	11.14	0.00
Representation dynamique temporelle code changement de grand	Absence	CGT1	56.18	100.00	51.45	89	8.91	0.00
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet	Absence	ROT1	38.46	100.00	75.14	130	5.42	0.00
Representation statique temporelle objet	Absence	OBT1	36.23	100.00	79.77	138	4.71	0.00
Representation dynamique temporelle code concentricite	Absence	CNT1	35.46	100.00	81.50	141	4.43	0.00
Codes venant accentuer changement implication agent dans tem	Presence	IAT2	44.30	70.00	45.66	79	3.95	0.00
Representation dynamique temporelle etat initial final	Absence	IFT1	34.01	100.00	84.97	147	3.85	0.00
Effacage pour revenir a du statique dans temporel	Absence	EFT1	32.89	100.00	87.86	152	3.32	0.00
Representation dynamique temporelle succession d'etats	Absence	SCT1	32.47	100.00	89.02	154	3.09	0.00
N'illustre rien dans temporel	Presence	RIT2	100.00	10.00	2.89	5	2.92	0.00
Probleme 3	Ambigu	P35	83.33	10.00	3.47	6	2.40	0.00
CLASSE 3 / 5		cc3c			10.98	19		
Representation dynamique temporelle succession d'etats	Presence	SCT2	100.00	100.00	10.98	19	10.42	0.00
Representation dynamique temporelle code changement de grand	Presence	CGT2	21.43	94.74	48.55	84	4.29	0.00
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet	Absence	ROT1	14.62	100.00	75.14	130	2.74	0.00
Representation statique temporelle etat	Absence	ETT1	14.18	100.00	77.46	134	2.53	0.00

MODALITES CARACTERISTIQUES		IDEN	----- POURCENTAGES ---- CLA/MOD	MOD/CLA	GLOBAL	POIDS	V.TEST	PROB
CLASSE 4 / 5		cc4c			15.03	26		
Representation dynamique temporelle etat initial final	Presence	IFT2	100.00	100.00	15.03	26	11.61	0.00
Effacage pour revenir a du statique dans temporel	Presence	EFT2	68.42	50.00	10.98	19	9.55	0.00
Representation dynamique temporelle code changement de grand	Presence	CGT2	28.57	92.31	48.55	84	4.89	0.00
Representation dynamique temporelle code concentricite	Presence	CNT2	46.88	57.69	18.50	32	4.78	0.00
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet	Absence	ROT1	20.00	100.00	75.14	130	3.44	0.00
Representation statique temporelle etat	Absence	ETT1	19.40	100.00	77.46	134	3.19	0.00
Representation statique temporelle objet	Absence	OBT1	18.84	100.00	79.77	138	2.94	0.00
Codes venant accentuer changement implication agent dans tem	Presence	IAT2	22.78	69.23	45.66	79	2.41	0.00
CLASSE 5 / 5		cc5c			24.86	43		
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet	Presence	ROT2	100.00	100.00	24.86	43	13.48	0.00
Representation dynamique temporelle code changement de grand	Presence	CGT2	50.00	97.67	48.55	84	7.88	0.00
Representation statique temporelle etat	Absence	ETT1	32.09	100.00	77.46	134	4.56	0.00
Representation statique temporelle objet	Absence	OBT1	31.16	100.00	79.77	138	4.23	0.00
Representation dynamique temporelle code concentricite	Presence	CNT2	53.13	39.53	18.50	32	3.67	0.00
Representation dynamique temporelle etat initial final	Absence	IFT1	29.25	100.00	84.97	147	3.44	0.00
Representation dynamique temporelle succession d'etats	Absence	SCT1	27.92	100.00	89.02	154	2.74	0.00
Probleme 1	Quasi-reconstructeur	P13	83.33	11.63	3.47	6	2.67	0.00

CARACTERISATION PAR LES MODALITES
DES CLASSES OU MODALITES DE : COUPURE 'c' DE L'ARBRE EN 5 CLASSES Représentation d'un changement procédu

MODALITES CARACTERISTIQUES		IDEN	----- POURCENTAGES ---- CLA/MOD	MOD/CLA	GLOBAL	POIDS	V.TEST	PROB
CLASSE 1 / 5		cc1c			12.72	22		
Representation statique procedurale objet	Presence	OBP2	100.00	100.00	12.72	22	10.97	0.00
Representation statique procedurale etat	Absence	ETP1	24.44	100.00	52.02	90	5.14	0.00
Codes venant accentuer changement implication agent dans pro	Absence	IAP1	19.47	100.00	65.32	113	3.95	0.00
Niveau	Premier annee	NIV1	21.98	90.91	52.60	91	3.84	0.00
Probleme 4	Non reconstructeur e	P41	22.73	68.18	38.15	66	2.83	0.00
CLASSE 2 / 5		cc2c			15.61	27		
N'illustre rien dans procedural	Presence	NIP2	100.00	100.00	15.61	27	11.75	0.00
Representation statique procedurale etat	Absence	ETP1	30.00	100.00	52.02	90	5.86	0.00
Codes venant accentuer changement implication agent dans pro	Absence	IAP1	23.89	100.00	65.32	113	4.53	0.00
Codes externes venant accentuer le changement dans procedura	Absence	COP1	19.15	100.00	81.50	141	2.82	0.00
Niveau	Premier annee	NIV1	23.08	77.78	51.60	91	2.70	0.00
CLASSE 3 / 5		cc3c			5.78	10		
Representation dynamique procedurale code symbolique	Presence	SYP2	100.00	100.00	5.78	10	8.14	0.00
Representation statique procedurale etat	Absence	ETP1	11.11	100.00	52.02	90	3.05	0.00
CLASSE 4 / 5		cc4c			14.45	25		
Representation dynamique procedurale code desequilibre	Presence	DSP2	100.00	100.00	14.45	25	11.46	0.00
Representation statique procedurale etat	Absence	ETP1	27.78	100.00	52.02	90	5.57	0.00
Codes venant accentuer changement implication agent dans pro	Presence	IAP2	31.67	76.00	34.68	60	4.37	0.00
Niveau	Deuxieme annee	NIV2	23.17	78.00	47.40	82	2.91	0.00
CLASSE 5 / 5		cc5c			51.45	89		
Representation statique procedurale etat	Presence	ETP2	100.00	93.26	47.93	83	13.66	0.00
N'illustre rien dans procedural	Absence	NIP1	60.96	100.00	84.39	146	6.21	0.00
Representation dynamique procedurale code desequilibre	Absence	DSP1	60.14	100.00	85.55	148	5.92	0.00
Representation statique procedurale objet	Absence	OBP1	58.94	100.00	87.28	151	5.45	0.00
Representation dynamique procedurale code symbolique	Absence	SYP1	54.60	100.00	94.22	163	3.27	0.00

Analyses classificatoires des représentations dynamiques développées par les enfants

-----CLASSIFICATION DES INDIVIDUS (Temp Dyn)---- représentation temporelle dynamique

RANG IND. IDEN DENDROGRAMME (INDICES EN POURCENTAGE DE LA SOMME DES INDICES : 0.99347 MIN = 0.00% / MAX = 26.82%)

RANG	IND.	IDEN
1	2.90	99
2	10.16	130
3	0.83	E027
4	2.07	129
5	1.09	128
6	0.47	E150
7	23.28	127
8	1.45	147
9	5.12	166
10	2.13	167
11	0.00	164
12	26.82	162
13	0.00	139
14	4.41	137
15	0.00	121
16	8.01	168
17	0.00	183
18	0.00	191
19	2.88	185
20	-----	145

Codes de B.D.

Succession d'états

Etat Initial - Final, concentricité, C.G.

Répétition de l'objet, C.G., concentricité.

-----CLASSIFICATION DES INDIVIDUS (Procedurale Dyn)---- représentation procedurale dynam

RANG IND. IDEN DENDROGRAMME (INDICES EN POURCENTAGE DE LA SOMME DES INDICES : 0.99999 MIN = 0.00% / MAX = 50.32%)

RANG	IND.	IDEN
1	2.93	46
2	23.97	E006
3	0.00	49
4	13.92	48
5	0.00	E118
6	0.00	57
7	0.00	54
8	0.00	55
9	0.00	62
10	0.00	58
11	0.00	56
12	50.32	61
13	9.34	91
14	0.00	E136
15	0.00	E108
16	0.00	E172
17	0.00	E148
18	0.00	E104
19	0.00	E107
20	-----	E178

Codes de déséquilibre

Codes symboliques

| Representation dynamique temporelle code changement de posit Absence CPT1 | 93.00 | 0.01 | 0.9996 |

CARACTERISATION PAR LES MODALITES DES CLASSES OU MODALITES DE : COUPURE 'b' DE L'ARBRE EN 4 CLASSES

Représentation dynamique d'un changement temp

MODALITES CARACTERISTIQUES				IDEN			
POURCENTAGES	-----	POIDS	V.TEST	PROB		CLA/MOD	MOD/CLA
GLOBAL							
CLASSE 1 / 4					bb1b		
19.15	18						
Representation dynamique temporelle succession d'etats				Presence	SCT2	94.74	100.00
20.21	19	8.67	0.00				
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet				Absence	ROT1	35.29	100.00
54.26	51	4.52	0.00				
Representation dynamique temporelle code concentricite				Absence	CNT1	29.03	100.00
65.96	62	3.53	0.00				
Representation dynamique temporelle etat initial final				Absence	IFT1	26.47	100.00
72.34	68	2.99	0.00				
CLASSE 2 / 4					bb2b		
10.64	10						
Representation dynamique temporelle code changement de grand				Absence	CGT1	100.00	100.00
10.64	10	7.34	0.00				
Representation dynamique temporelle code bande dessinee				Presence	BDT2	100.00	50.00
5.32	5	4.44	0.00				
CLASSE 3 / 4					bb3b		
25.53	24						
Representation dynamique temporelle etat initial final				Presence	IFT2	92.31	100.00
27.66	26	9.18	0.00				
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet				Absence	ROT1	47.06	100.00
54.26	51	5.53	0.00				
Representation dynamique temporelle code concentricite				Presence	CNT2	46.88	62.50
34.04	32	3.11	0.00				
Representation dynamique temporelle succession d'etats				Absence	SCT1	32.00	100.00
79.79	75	2.92	0.00				
CLASSE 4 / 4					bb4b		
44.68	42						
Representation dynamique temporelle repetition de l'objet				Presence	ROT2	97.67	100.00
45.74	43	10.50	0.00				
Representation dynamique temporelle etat initial final				Absence	IFT1	61.76	100.00
72.34	68	5.75	0.00				
Representation dynamique temporelle succession d'etats				Absence	SCT1	56.00	100.00
79.79	75	4.60	0.00				
Representation dynamique temporelle code changement de grand				Presence	CGT2	50.00	100.00
89.36	84	2.92	0.00				

CLA/MOD MOD/CLA

GLOBAL — Représentation dynamique d'un changement procédural

		CLASSE 1 / 3			aala		
17.07	7						
Niveau				Premier annee	NIV1	70.00	100.00
24.39	10	4.40	0.00				
		CLASSE 2 / 3			aa2a		
56.54	24						
Niveau				Deuxieme annee	NIV2	77.42	100.00
75.61	31	4.14	0.00				
Representation dynamique procedurale co : symbolique				Absence	SYP1	77.42	100.00
75.61	31	4.14	0.00				
Probleme 1				Reconstructeur	P14	78.26	75.00
56.10	23	2.60	0.00				
Representation dynamique procedurale code desequilibre				Presence	DSP2	76.00	79.17
60.98	25	2.52	0.00				
Probleme 2				Reconstructeur	P24	66.67	100.00
87.80	36	2.40	0.00				
		CLASSE 3 / 3			aa3a		
24.39	10						
Representation dynamique procedurale code symbolique				Presence	SYP2	100.00	100.00
24.39	10	6.02	0.00				
Representation dynamique procedurale code desequilibre				Absence	DSP1	62.50	100.00
39.02	16	4.34	0.00				

DESCRIPTION DE LA COUPURE 'b' DE L'ARBRE EN 4 CLASSES

- CARACTERISATION DE LA PARTITION PAR LES MODALITES
- CARACTERISATION DES CLASSES PAR LES MODALITES

CARACTERISATION PAR : LES MODALITES
DE : COUPURE 'b' DE L'ARBRE EN 4 CLASSES
(TOUS LES CHI-2 ONT 3 DEGRES DE LIBERTE)

ANNEXE 6

ANNEXE 6 – Liens entre performance aux problèmes mettant en jeu la reconstruction d'un changement / représentation du changement (temporel et procédural) et Discours en 1ère/2ème année

(Analyses des correspondances)

TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 3.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

POINTS ELOIGNES :

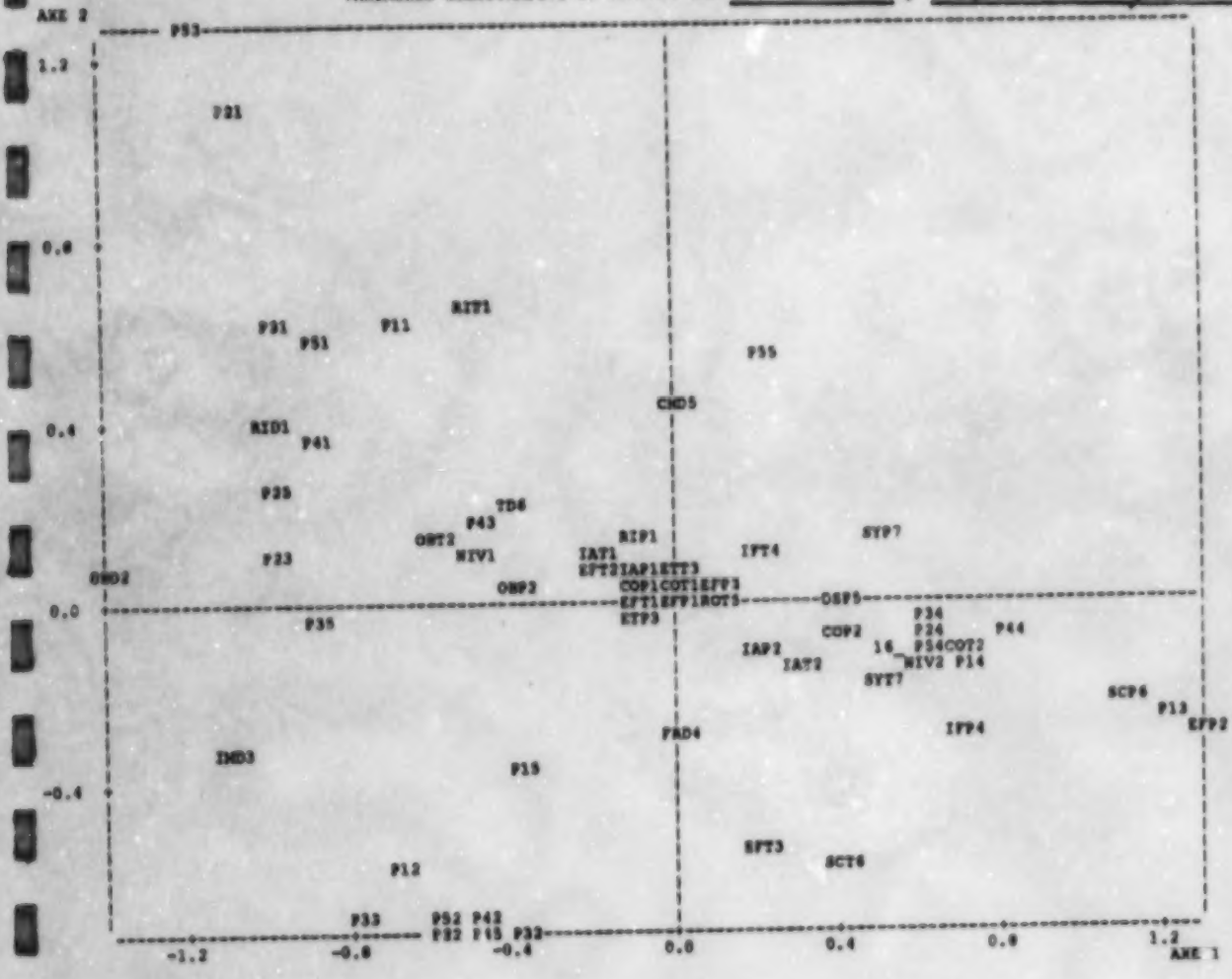
IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
P22	-1.796	-2.205
P32	-1.555	-3.005
P45	-1.301	-2.019
P52	-1.017	-2.528

4 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 62

Graphe 1 – Analyse des correspondances

VARIABLES ILLUSTRATIVE ET ACTIVES 1X2 PROBLEMES ACTIFS / Représentation Discours (illustratif



RAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

POINTS ELOIGNES :

IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
P22	-2.205	0.225
P25	0.245	-2.755
P32	-1.005	-1.117
P35	-0.033	1.960
P45	-2.019	-2.680
P52	-2.539	1.560

6 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

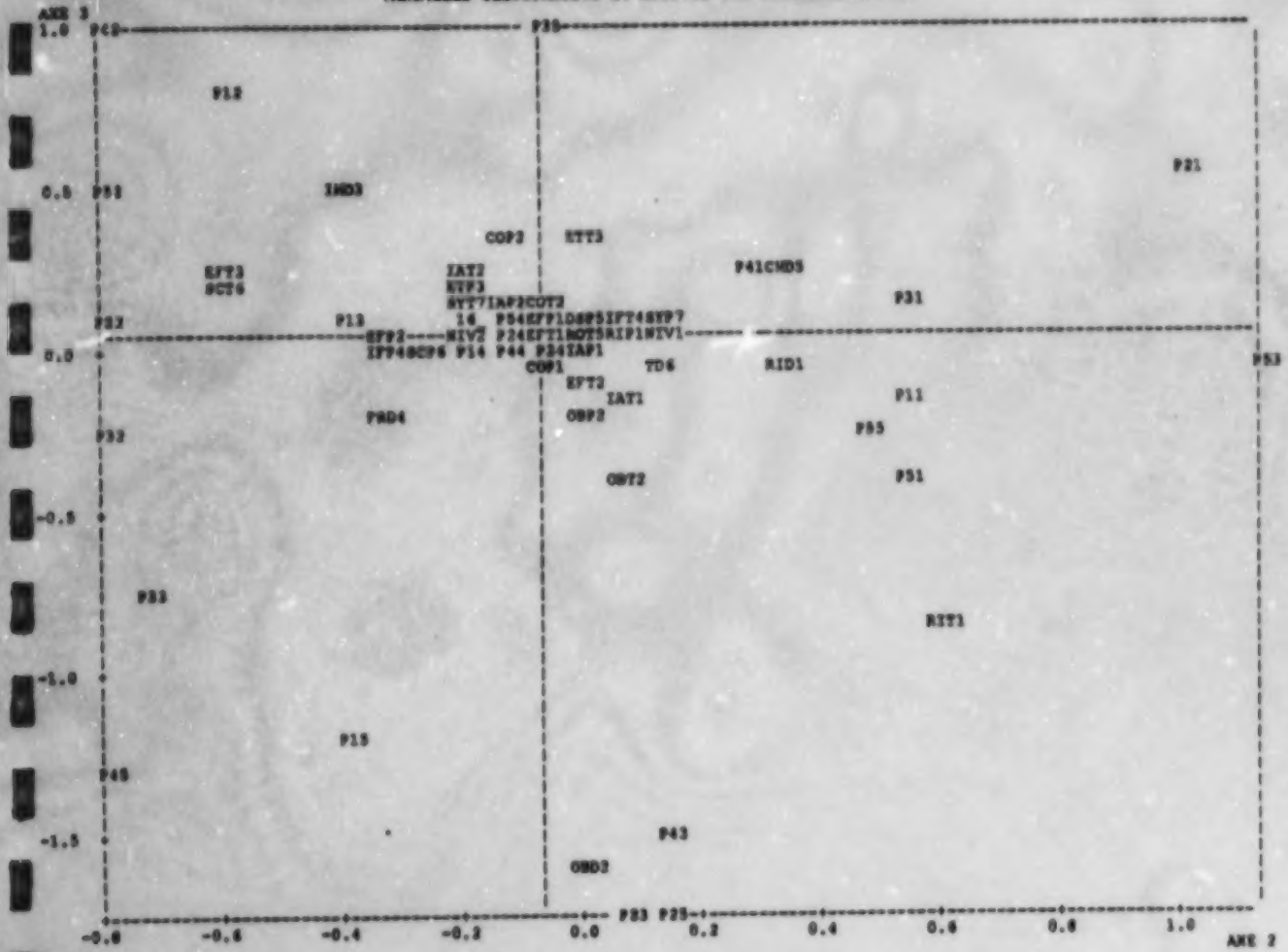
NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 62

POINTS MULTIPLES

POINT VU	ABSCISSE APPROCHEE	ORDONNEE APPROCHEE	NB. DE CACHES	POINTS CACHES
EFT1	-0.01	0.01	2	EFP3 COT1

1 POINTS MULTIPLES, 2 POINTS CACHES

VARIABLES ILLUSTRATIVE ET ACTIVES 2X3 PROBLEMES ACTIFS



TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

POINTS ELOIGNES :

IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
RIT1	-1.634	-0.336
IFT4	0.112	2.020
EFT2	0.060	2.194
EFT3	-0.479	2.155
COT2	1.934	0.321
IFP4	0.692	1.995

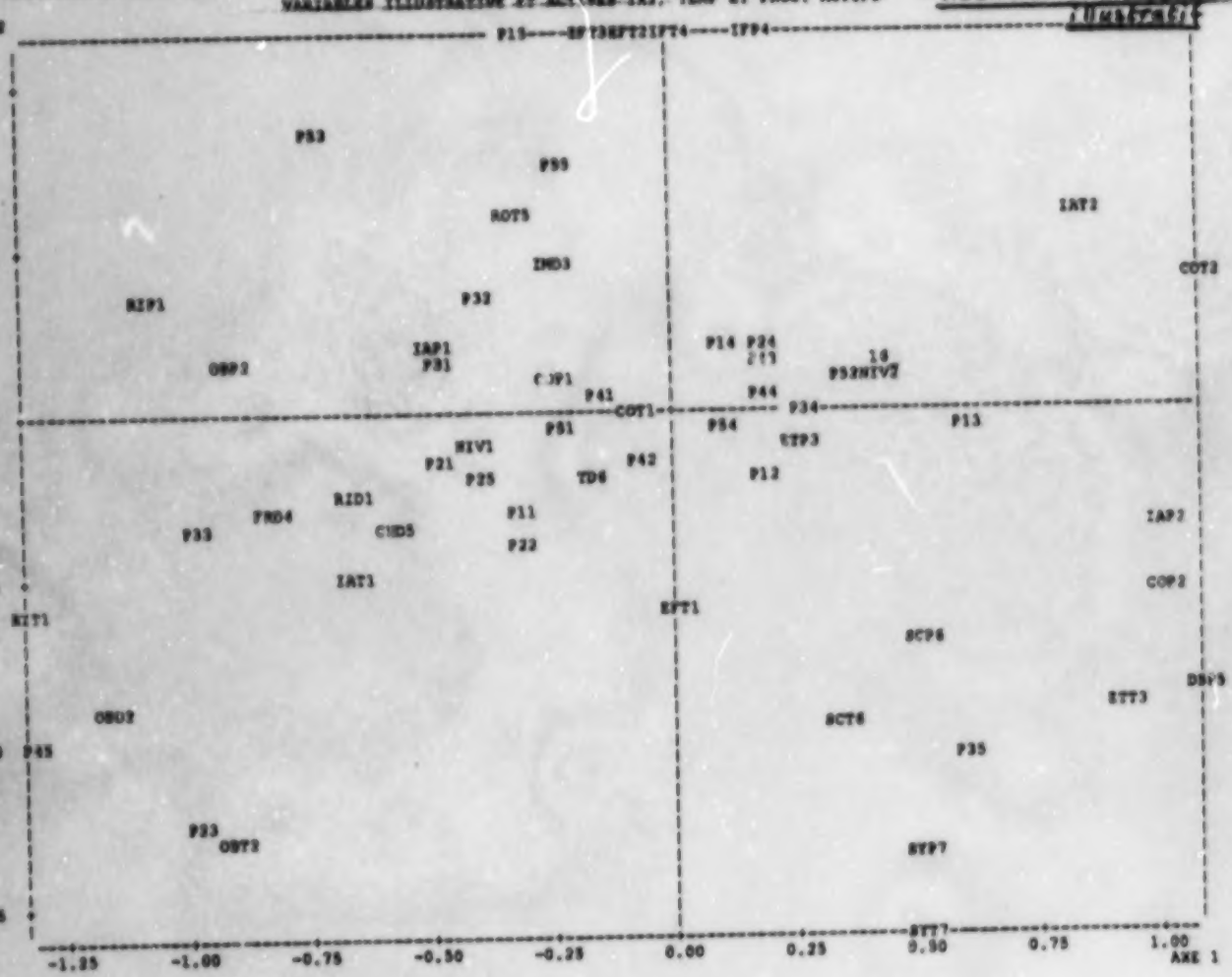
6 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 59

graphe 2 - Analyse des correspondances / Représentation acti

Problèmes et discours en illustrati

VARIABLES ILLUSTRATIVE ET ACTIVES 1X2, TEMP ET PROC: ACTIFS



RAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

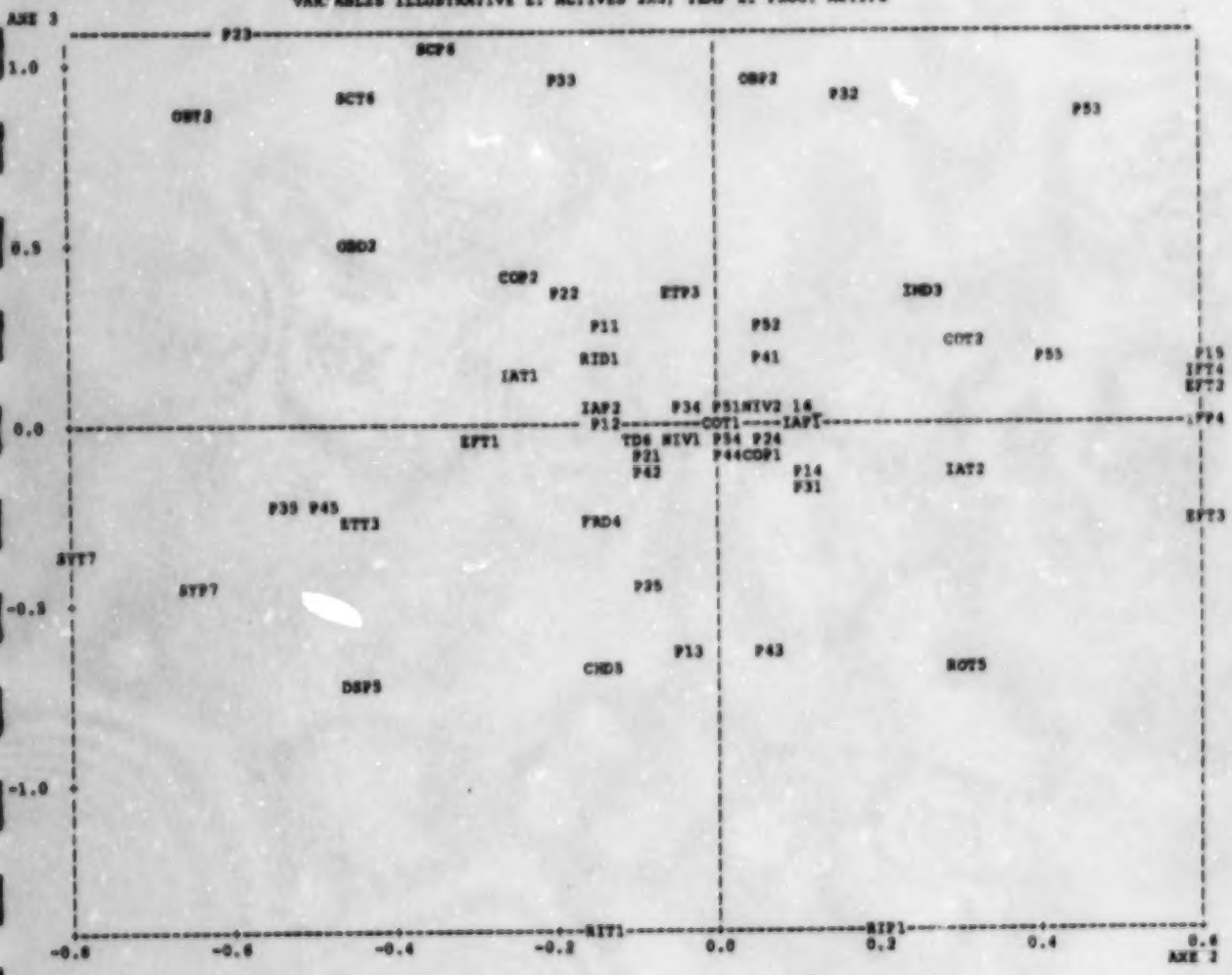
POINTS ELOIGNES :

IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
RIT1	-0.336	-2.849
IFT4	2.020	0.453
EFT2	2.194	0.320
EFT3	2.155	-0.975
IFP4	1.995	0.056

5 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

OMBRE DE POINTS REPRESENTES : 59

VARIABLES ILLUSTRATIVE ET ACTIVES 2X3, TEMP ET PROC: ACTIFS



NOMBRE DE POINTS A REPRESENTER : 62

TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

POINTS ELOIGNES :

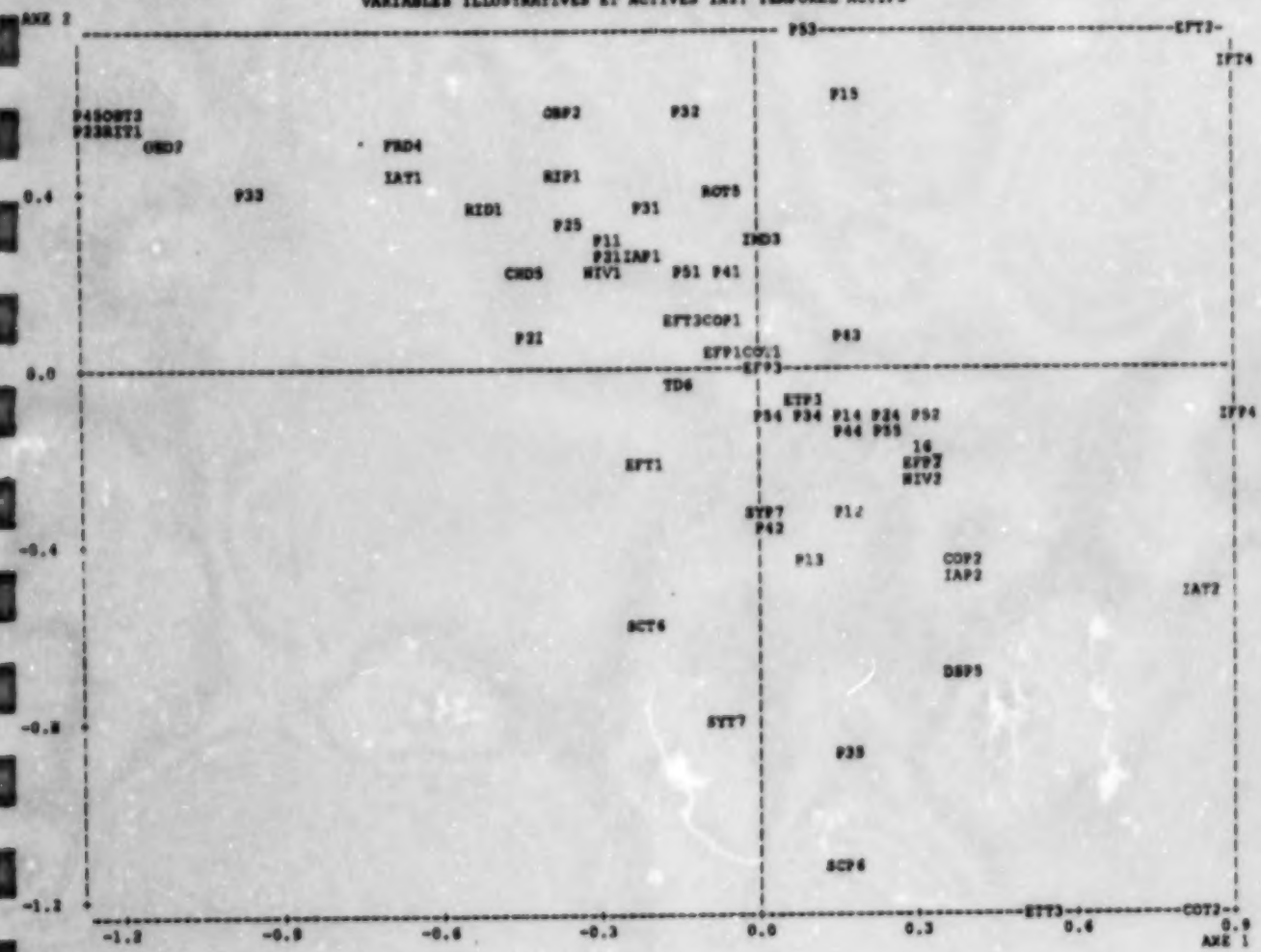
IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
IFT4	1.695	1.312
EFT2	1.784	1.814
COT2	1.361	-2.158

3 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 62

Graphe 3 – Analyse des correspondances / Représentation temporelle active

VARIABLES ILLUSTRATIVES ET ACTIVES 1X21 TEMPOREL ACTIFS



TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 3.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

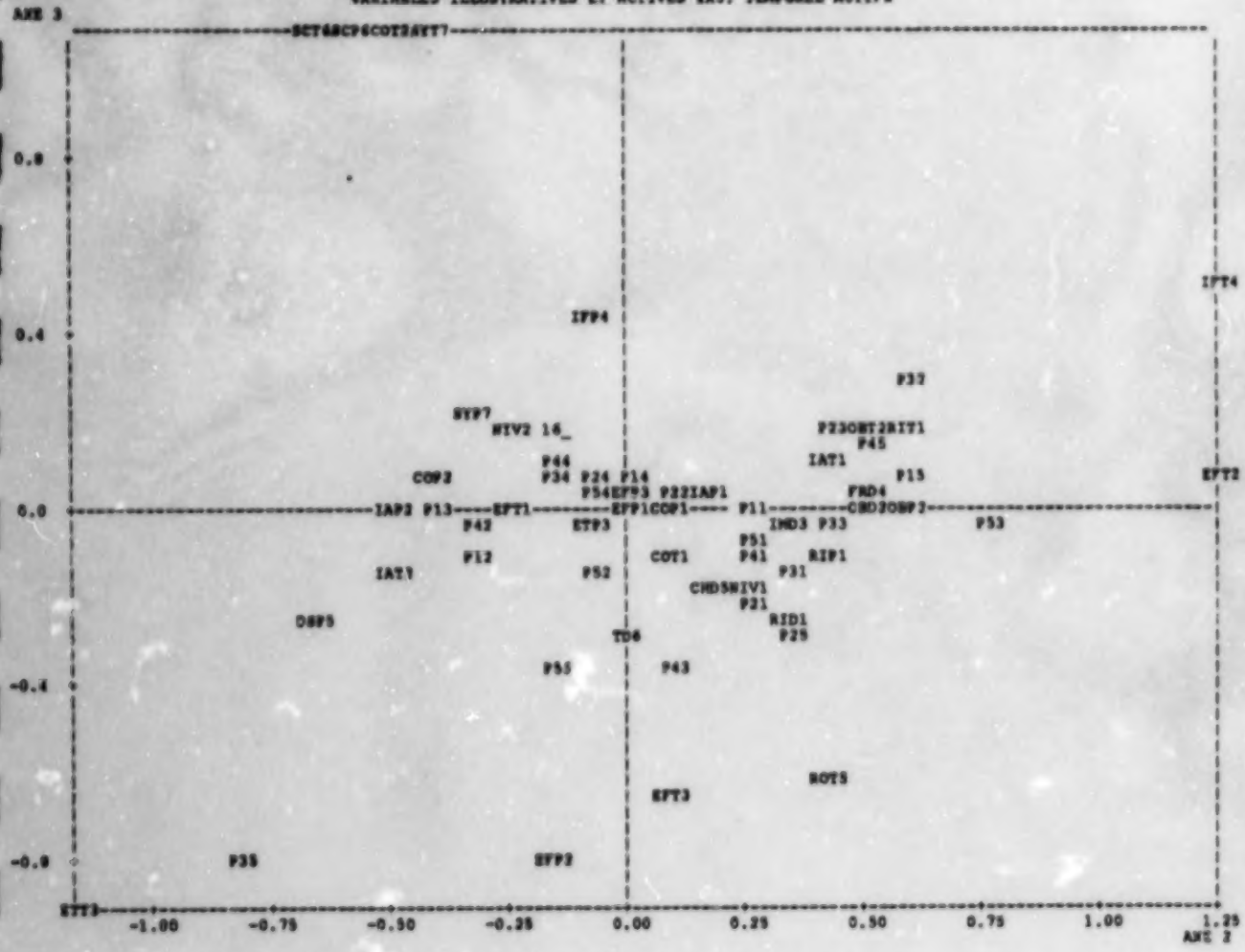
POINTS ELOIGNES :

IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
SYT7	-0.803	1.930
EFT2	1.814	0.083
COT2	-2.158	4.140
SCP6	-1.125	2.078

4 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 62

VARIABLES ILLUSTRATIVES ET ACTIVES 2X3: TEMPOREL ACTIFS



NOMBRE DE POINTS A REPRESENTER : 99

TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

POINTS ELOIGNES :

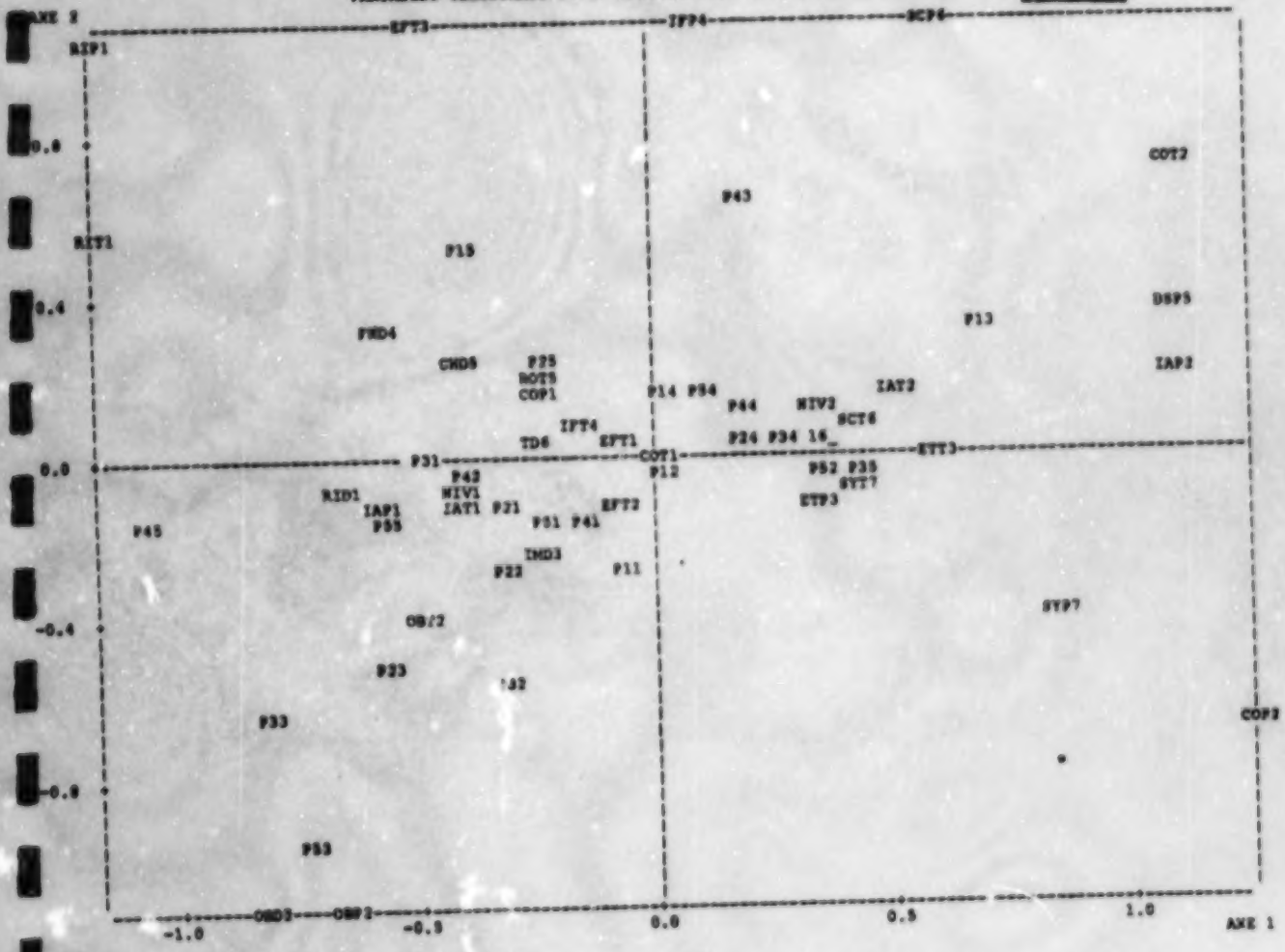
IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
OBP2	-0.879	-1.518
IFP4	0.184	2.536
EFT3	-0.821	1.792

3 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 99

Graphe 4 : Analyse des correspondances – Représentation procédurale active

VARIABLES ILLUSTRATIVES ET ACTIVES 1*2: PROCEDURAL ACTIFS



TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

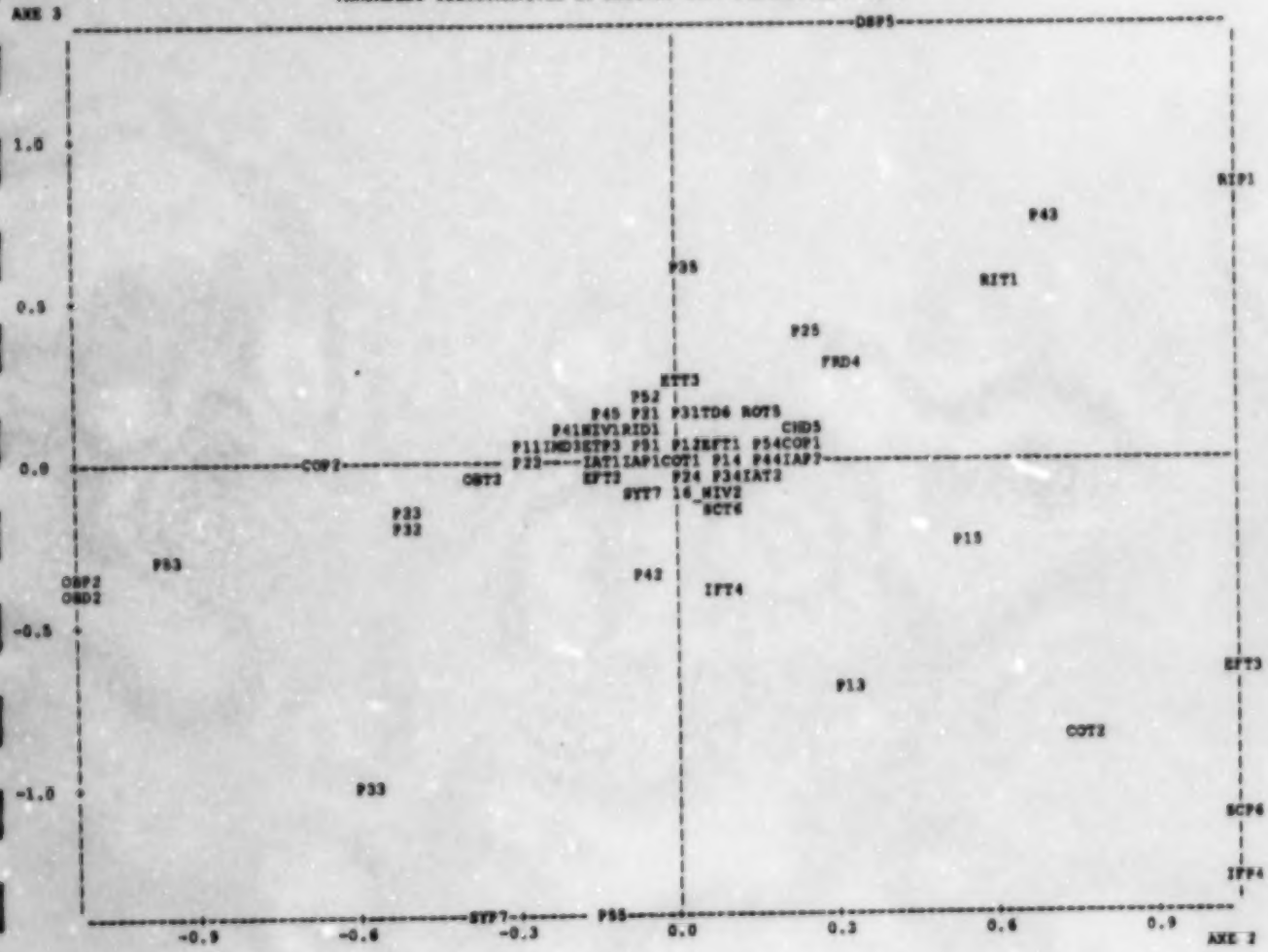
POINTS ELOIGNES :

IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
OBP2	-1.518	-0.504
IFP4	2.536	-1.105
SYP7	-0.390	-1.634
EFT3	1.792	-1.131

4 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 59

VARIABLES ILLUSTRATIVES ET ACTIVES 2X3: PROCEDURAL ACT1#5



Analyses de correspondances réalisées à partir de la nouvelle typologie des représentations

NOMBRE DE POINTS A REPRESENTER : 62

TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.30 ECARTS-TYPES DU CENTRE

POINTS ELOIGNES :

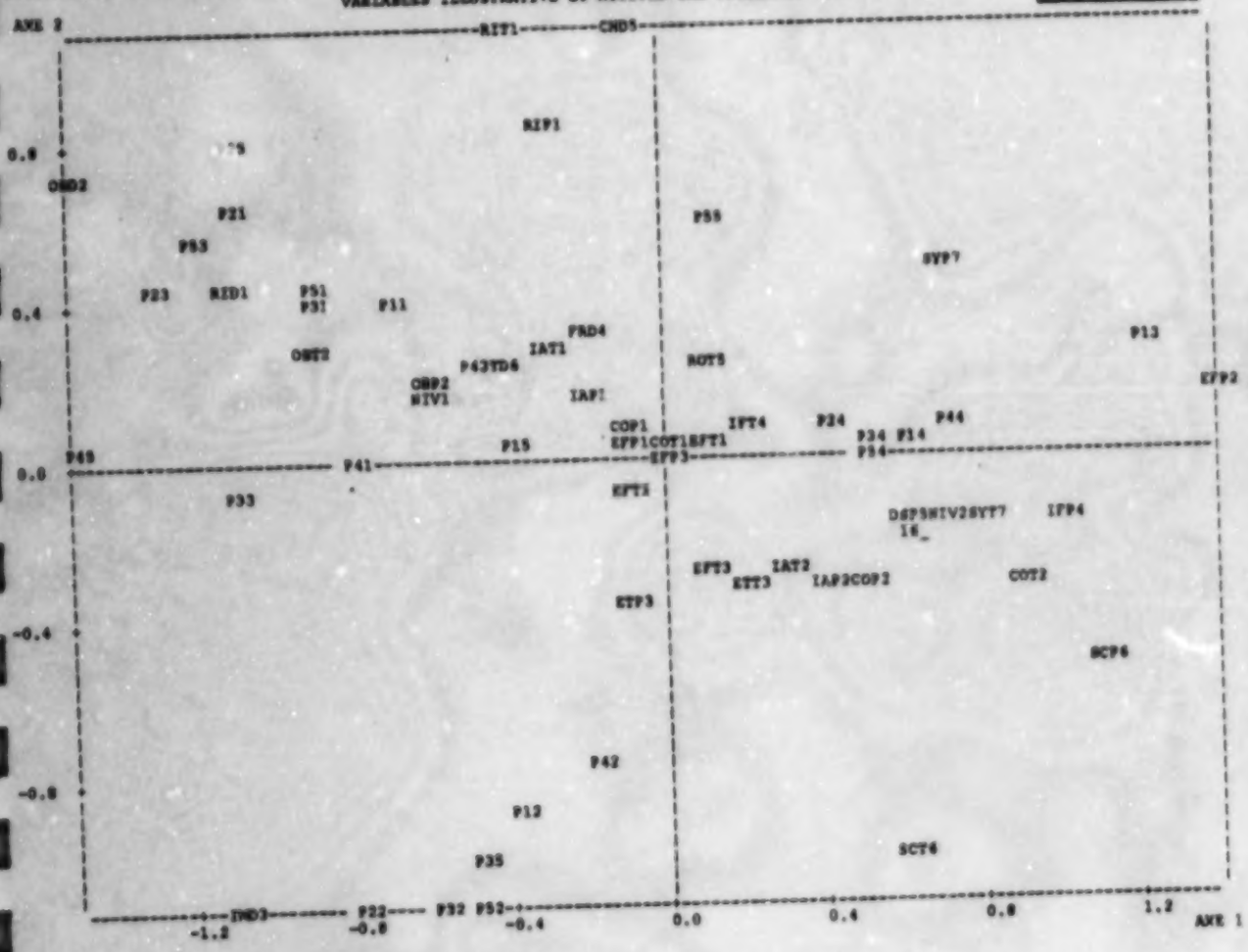
IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
P22	-1.602	-2.126
P32	-1.375	-2.292
P52	-1.335	-2.783
RIT1	-0.872	2.226
OBD2	-1.955	0.874

5 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 62

Graphe 5 - Problèmes actifs / représentation et discours en illustratif

VARIABLES ILLUSTRATIVE ET ACTIVES 1X2 PROBLEMES ACTIFS



TRAITEMENT DES POINTS A PLUS DE 2.50 ECARTS-TYPES DU CENTRE

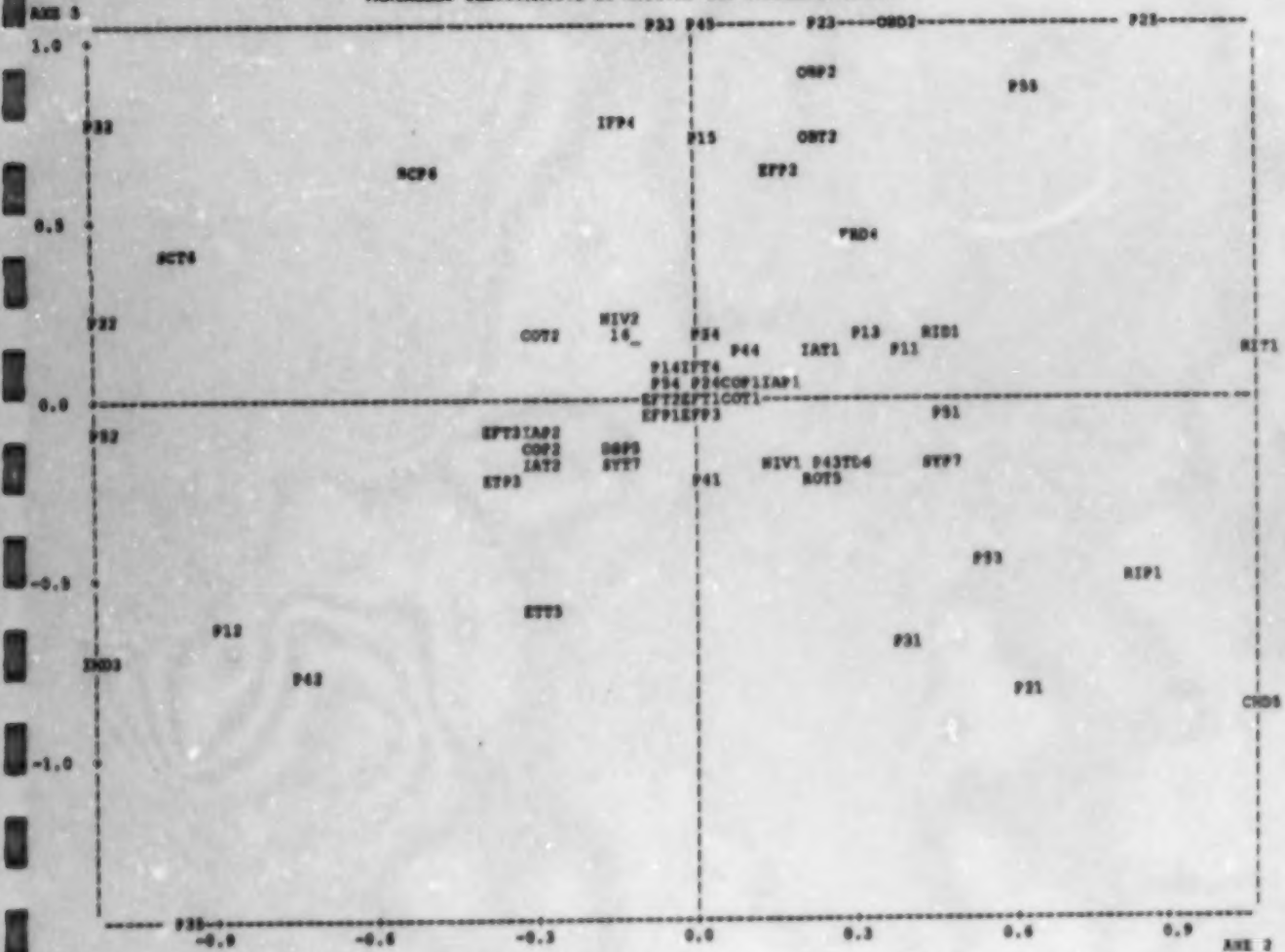
POINTS ELOIGNES :

IDENTIFICATEUR	ABSCISSE	ORDONNEE
P22	-2.126	0.434
P23	0.443	2.182
P32	-2.292	1.654
P33	-0.064	2.713
P45	0.048	2.571
P52	-2.783	-0.277
RIT1	2.226	0.255
OBD2	0.874	2.696

8 POINTS ONT ETE RAMENES SUR LE BORD DU GRAPHIQUE.

NOMBRE DE POINTS REPRESENTES : 62

VARIABLES ILLUSTRATIVE ET ACTIVES 2X3 PROBLEMES ACTIFS



Procédure Demod (Produits croisés)

Caractérisation des types de représentations par les autres variables

CARACTERISATION PAR LES MODALITES
DES CLASSES OU MODALITES DE : Representation temporelle

MODALITES CARACTERISTIQUES		IDEN	POURCENTAGES CLA/MOD	POURCENTAGES MOD/CLA	POIDS GLOBAL	V.TEST	PROB
Rien temp.		RIT1		2.89	5		
Representation temporelle	Rien temp.	RIT1	100.00	100.00	2.89	5	6.03 0.00
Representation Procedurale	Rien procedural	RIP1	14.61	80.00	15.61	27	2.85 0.00
Statique objet temp.		OBT2			20.23	35	
Representation temporelle	Statique objet temp.	OBT2	100.00	100.00	20.23	35	12.74 0.00
Implication de l'agent dans temporel	Absence	IAT1	37.23	100.00	54.34	94	6.65 0.00
Probleme 1 : billes	Non reconstructeur o	P11	41.51	62.86	30.64	53	4.28 0.00
Niveau	Premier ordre	NIV1	30.77	80.00	52.60	91	3.54 0.00
Probleme 4 : pied de bonnet	Non reconstructeur o	P41	33.33	62.86	30.15	46	3.14 0.00
Representation Procedurale	Statique objet proce	OBP2	43.33	37.14	17.34	30	3.03 0.00
Effacage pour revenir a du statique dans temporel	Absence	EFT1	23.83	100.00	87.86	152	2.50 0.00
Probleme 3 : equations mots	Quasi-reconstructeur	P33	80.00	11.43	2.89	5	2.50 0.00
Probleme 2 : equations mots	Quasi-reconstructeur	P33	100.00	8.57	1.73	3	2.42 0.00
Statique etat temp.		STT3			22.54	39	
Representation temporelle	Statique etat temp.	STT3	100.00	100.00	22.54	39	13.13 0.00
Implication de l'agent dans temporel	Presence	IAT2	41.77	84.62	45.66	79	5.51 0.00
Implication de l'agent dans procedural	Presence	IAP2	40.00	61.54	34.68	60	3.74 0.00
Representation Procedurale	Dynamique desc. situ	DSP5	50.00	38.21	13.72	22	2.84 0.00
Probleme 3 : equations mots	Ambigu	P35	83.33	12.82	3.47	6	2.83 0.00
Effacage pour revenir a du statique dans temporel	Absence	EFT1	25.66	100.00	87.86	152	2.73 0.00
Dynamique desc. situ		IPT4			13.29	23	
Representation temporelle	Dynamique desc. situ	IPT4	100.00	100.00	13.29	23	11.14 0.00
Effacage pour revenir a du statique dans temporel	Presence	EFT2	68.42	56.52	10.98	19	5.91 0.00
Dynamique desc. situ		SOT5			23.70	41	
Representation temporelle	Dynamique desc. situ	SOT5	100.00	100.00	23.70	41	13.31 0.00
Dynamique deroulemen		SCT6			10.40	18	
Representation temporelle	Dynamique deroulemen	SCT6	100.00	100.00	10.40	18	10.32 0.00
Representation Procedurale	Dynamique deroulemen	SCP6	100.00	16.67	1.73	3	3.10 0.00

MODALITES CARACTERISTIQUES		IDEN	POURCENTAGES CLA/MOD	POURCENTAGES MOD/CLA	POIDS GLOBAL	V.TEST	PROB
Dynamique representa		STT7		6.94	12		
Representation temporelle	Dynamique representa	STT7	100.00	100.00	6.94	12	8.76 0.00
Niveau	Second ordre	NIV2	12.20	83.33	47.40	82	2.33 0.01

CARACTERISATION PAR LES MODALITES
DES CLASSES OU MODALITES DE : Representation Procedurale

MODALITES CARACTERISTIQUES		IDEN	POURCENTAGES CLA/MOD	POURCENTAGES MOD/CLA	POIDS GLOBAL	V.TEST	PROB
Rien procedural		RIP1			15.61	27	
Representation Procedurale	Rien procedural	RIP1	100.00	100.00	15.61	27	11.75 0.00
Implication de l'agent dans procedural	Absence	IAP1	23.89	100.00	65.32	113	4.53 0.00
Implication de l'agent dans temporel	Absence	IAT1	23.40	81.48	54.34	94	2.96 0.00
Representation temporelle	Rien temp.	RIT1	80.00	14.81	2.89	5	2.85 0.00
Codes externes venant accentuer le chang. dans procedu	Absence	CDP1	19.15	100.00	81.50	141	2.82 0.00
Niveau	Premier annee	NIV1	23.08	77.78	52.60	91	2.70 0.00
Diagnore	Rapprochement / superpo	CHD5	41.16	35.93	9.83	17	2.46 0.00
Statique objet proce		OBP2			17.34	30	
Representation Procedurale	Statique objet proce	OBP2	100.00	100.00	17.34	30	12.16 0.00
Implication de l'agent dans procedural	Absence	IAP1	25.66	96.67	65.32	113	4.20 0.00
Implication de l'agent dans temporel	Absence	IAT1	27.66	86.67	54.34	94	3.88 0.00
Representation temporelle	Statique objet temp.	OBT2	37.14	43.33	20.23	35	3.03 0.00
Discours	Descriptif objet dis	OBD2	80.00	13.33	2.89	5	2.71 0.00
Problems 3 : equations mots	Quasi-reconstructeur	P33	80.00	13.33	2.89	5	2.71 0.00
Statique stat proced		ETP3			43.35	75	
Representation Procedurale	Statique stat proced	ETP3	100.00	100.00	43.35	75	14.97 0.00
Dynamique desc. situ		IFP4			4.05	7	
Representation Procedurale	Dynamique desc. situ	IFP4	100.00	100.00	4.05	7	7.01 0.00
Dynamique desc. situ		DSP5			12.72	22	
Representation Procedurale	Dynamique desc. situ	DSP5	100.00	100.00	12.72	22	10.97 0.00
Implication de l'agent dans procedural	Presence	IAP2	26.67	72.73	34.68	60	3.68 0.00
Implication de l'agent dans temporel	Presence	IAT2	21.92	77.27	45.66	79	2.99 0.00
Representation temporelle	Statique stat temp.	ETT3	28.21	90.00	22.54	39	2.84 0.00
Discours	reponse manquante	16	16.89	77.27	52.02	90	2.35 0.00
Niveau	Deuxieme annee	NIV2	19.51	72.73	47.40	82	2.34 0.01
Dynamique deroulemen		RCP6			1.73	3	
Representation Procedurale	Dynamique deroulemen	RCP6	100.00	100.00	1.73	3	4.72 0.00
Representation temporelle	Dynamique deroulemen	RCT6	16.67	100.00	10.40	18	3.10 0.00

MODALITES CARACTERISTIQUES		IDEN	POURCENTAGES CLA/MOD	POURCENTAGES MOD/CLA	POIDS GLOBAL	V.TEST	PROB
Dynamique represente		SYP7			5.20	9	
Representation Procedurale	Dynamique represente	SYP7	100.00	100.00	5.20	9	7.79 0.00

Des exemplaires du présent document sont en vente à l'adresse suivante:

Centre Interdisciplinaire de Recherches sur
l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
C.P. 8888, Succ. A, G-3125
Montréal, Québec
H3C 3P8

Pour commander, remplir le formulaire de réquisition apparaissant à la dernière page du document.

Publié par le Centre Interdisciplinaire de Recherches
sur l'Apprentissage et le Développement en Education
Université du Québec à Montréal
Conception graphique: Pierrette Prévost